POPULAIRE PROCEEDINGS

STUDIEGROEP WISKUNDE MET DE INDUSTRIE 2020

Studiegroep Wiskunde met de Industrie 2020
Fontys
platform wiskunde nederland
NWO

POPULAIRE PROCEEDINGS

STUDIEGROEP WISKUNDE MET DE INDUSTRIE 2020

Fontys

Studiegroep Wiskunde met de Industrie 2020

FON-200199
Design: Canon The Creative Hub
Tekst: Anouck Vrouwe
Studiegroep Wiskunde met de Industrie 2020, editie 157

INHOUDSOPGAVE

Voorwoord	5
Vier modellen in een wedstrijdje druppelblazen	7
Orderpikken: Keuzevrijheid leidt tot glibberigheid	13
Alleen gebeurtenissen doen ertoe	19
Kraakbeen meten zonder lab	25
Strakke aanvoer van pakketjes	31
Winnen mag geen minpunten opleveren	37

VOORWOORD

Voor u ligt een bundeling van zes verslagen van probleemstellingen van bedrijven waar wiskundigen van hogescholen, universiteiten en bedrijven uit binnen- en buitenland een week lang hard aan hebben gewerkt in Tilburg bij de kennisinstelling Fontys Hogescholen. Op maandag 27 januari 2020 zijn de probleemstellingen gepresenteerd aan deze wiskundigen en op vrijdag 31 januari 2020 hebben zij hun oplossingen gepresenteerd aan de bedrijven. Een prestatie van formaat!

De week maakt onderdeel uit van de, in de wiskundige gemeenschap populaire, zogeheten Studiegroep Wiskunde met de Industrie, een evenement dat op Europees niveau met enige regelmaat wordt georganiseerd en in Nederland jaarlijks wordt gesponsord door NWO. De editie in Tilburg was nummer 157 in de reeks van Europese studiegroepen. De verslagen in deze bundeling zijn opgesteld door wetenschapscommunicator Anouck Vrouwe en worden de populaire proceedings van het event genoemd. Naast deze populaire proceedings is ook een bundeling van de zogeheten scientific proceedings beschikbaar. Deze verslagen zijn Engelstalig en zijn door de wiskundigen zelf geschreven.

De opleiding Toegepaste Wiskunde van Fontys Hogescholen is er bijzonder trots op de organisatie van dit event in handen te hebben gehad. In tegenstelling tot alle voorgaande edities die in Nederland door universiteiten zijn georganiseerd, is dit de eerste editie geweest die in Nederland door een hogeschool is georganiseerd. In zijn openingsspeech heeft Joep Houterman, voorzitter van het College van Bestuur van Fontys, stil gestaan bij deze verbinding tussen HBO en WO. “Alles draait hier om het toepassen van kennis”, benadrukte Houterman en hierin kunnen HBO en WO elkaar goed aanvullen.

De zes probleemstellingen waren deze editie afkomstig van een aantal bekende grote bedrijven zoals Vanderlande, PostNL, VDL en Sweco en liggen in de domeinen logistiek, verkeer en de high-tech sector. Daarnaast heeft ook de tennisbond KNLTB de weg naar het event weten te vinden om de wiskundigen te laten werken aan een rankingsysteem voor dubbelspel. Tenslotte heeft Fontys uit de eigen organisatie het zogenaamde meetsysteem ShoQR ingebracht, een meetsysteem aan de knie om fysiotherapeuten te ondersteunen. Kortom een zeer gevarieerd scala aan toepassingsgebieden waar nog maar eens blijkt dat wiskunde overal toegepast kan worden.

Het is bijzonder om te zien hoe wiskundigen uit diverse hoeken van het land en uit het buitenland op het event zijn afgekomen en een week lang hun dagelijkse werk onderbroken hebben om zich uit intrinsieke motivatie volledig vast te bijten in de probleemstellingen. Er is met veel bevlogenheid gewerkt en er zijn zeer bruikbare resultaten opgeleverd aan de zes bedrijven. Als organiserende instelling hebben we dit event mogen faciliteren en met bewondering hebben we gekeken naar de inzet en het enthousiasme van de bedrijven en de wiskundigen.

De organisatie wil op deze plaats in het bijzonder zijn dank uitspreken voor NWO voor de sponsoring en PWN (Platform Wiskundig Nederland) voor de ondersteuning bij het organiseren van deze editie van de studiegroep.

Tilburg, juli 2020
Bram van den Broek, Frans Fonville, Jessica Dols, Mark Herman en Kim Smits-Senders (het organiserende comité).

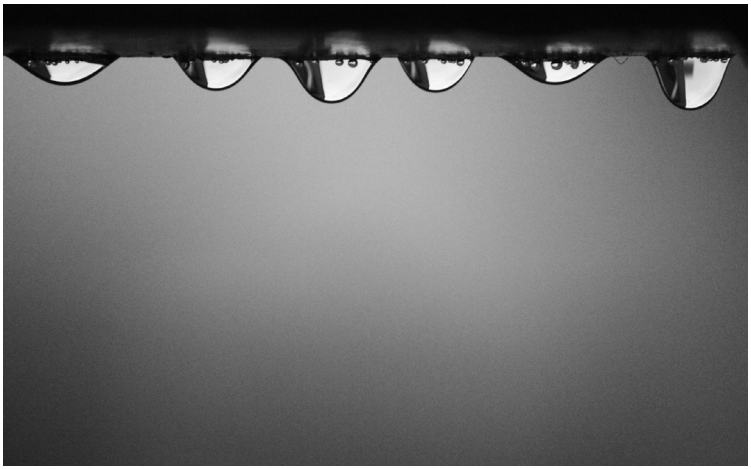
VIER MODELLEN IN EEN WEDSTRIJDJE DRUPPELBLAZEN

Vocht in je dure chipmachine is niet wat je wilt. VDL ETG vraagt de wiskundigen van de Studiegroep Wiskunde met de Industrie om de snelste manier om hangende druppels weg te blazen.

"En néé, jullie mogen geen andere oplossingen verzinnen. Geen hete lucht om de druppel te verdampen, geen doekjes, geen microgolven, enzovoort. Over al die mogelijkheden hebben wij al nagedacht. We willen alleen maar van jullie weten hoe we de druppels het beste weg kunnen blazen." Dmitri Shestakov van VDL ETG probeert er streng bij te kijken, tijdens zijn presentatie aan het begin van de studiegroep. Hij weet hoe wetenschappers zijn, is er zelf een geweest - dwarsdenkers, altijd op zoek naar net even anders. Hij weet ook dat de studiegroep slechts één week duurt. Geen tijd te verspillen dus. Hij komt hier voor antwoord op zijn vraag: hoe blaas je een hangende druppel het snelst van een plaat? Hij weet dat dit die vraag niet simpel te beantwoorden is, anders was hij hier niet geweest. Dus hij wil snel tot de kern komen.

Wim Munters is docent wiskunde aan de Technische Universiteit Eindhoven. Van de studiegroep Wiskunde met de Industrie had hij nog nooit gehoord, tot collega Mark Peletier hem vroeg eens mee te kijken naar een van de ingebrachte bedrijfsvragen. Die van VDL ETG om precies te zijn, over het wegblazen van hinderlijke druppels. Voor hij het wist, zat Munters een week in Tilburg. "Een leerrijke ervaring. Intens ook", lacht hij, "maar ook enorm interessant om met mensen met zoveel verschillende achtergronden samen te werken." Hij vond de grote senioriteitsverschillen een interessant gegeven: "De jongeren kijken fris tegen de vraag aan, de ouderen brengen hun ervaring in. Een mooie mix." Munters is van origine werktuigbouwkundige, en wandelde van daaruit de numerieke wiskunde binnen. Een fijne achtergrond voor de vraag van VDL ETG.

VDL ETG is gespecialiseerd in het ontwikkelen en produceren van precisieapparatuur en onderdelen daarvan. Voor chipmachinefabriant ASML maakt het bedrijf *waferhandlers*. De *wafer* is de silicium schijf waar de chips uit worden gemaakt. De waferhandler is de module die de wafers van en naar de machine van ASML verplaatst. ASML bouwt onder meer immersie chipmachines, waarbij water wordt gebruikt om de werking van de lens te verbeteren. Daar komt het vocht vandaan dat soms achterblijft onder de wafer. Er vormt zich dan een hangende druppel. Niet groot, hooguit een millimeter of twee, maar vocht in de machine is domweg onacceptabel. "Die druppel moet weg, zo simpel is het", benadrukt Dmitri Shestakov.



Hangende druppels (niet in de machine). Foto: Piqsels

De druppels weghalen is echter zo eenvoudig niet. VDL ETG gebruikt nu lucht om ze weg te blazen. "We willen die druppel zo snel mogelijk wegblazen, maar niet zo hard dat hij instabiel wordt en uiteenspat", vertelt Shestakov. Wanneer dat gebeurt, ontstaan er tientallen kleinere druppels die nog moeilijk weg te krijgen zijn.

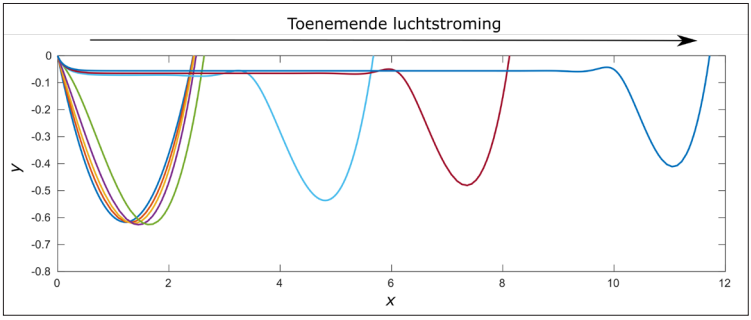
VDL ETG is naar de studiegroep gekomen voor inzicht in de snelste manier om de druppels weg te krijgen. Moet je steeds een beetje harder blazen, of gepulst misschien? Het gedrag van de druppel is complex, laat Shestakov met een filmpje zien. Zo oscilleert de druppel als hij wordt weggeblazen. Is dat gedrag van de druppel te modelleren?

"Voor VDL ETG was deze week een eerste exploratieve verkenning", vertelt Munters. De wiskundigen hadden dan ook weinig data om mee te werken, alleen het filmpje dat Shestakov had meegebracht. "In de wetenschap is er de heilige drie-eenheid theorie - simulaties - experimenten", zegt Munters. "Je kan een model niet echt uitwerken, wanneer je over weinig experimentele data beschikt." Voor de groep was het daarom helder wat er in de week moest gaan gebeuren: het vergelijken van geschikte modellen, zodat zij VDL ETG konden adviseren met welk model écht aan de slag te gaan.

De groep dook in de druppelliteratuur, om voeling te krijgen met het vakgebied en een gevoel voor ordegroottes te ontwikkelen. "Alleen dat was al prettig, ik heb nu een lange lijst relevante literatuur", zegt Shestakov. "Onze ambitie was niet om een eigen model te bouwen", aldus Munters. "We hebben vier in onze ogen geschikte modellen gekozen, van simpel tot complex, die zo goed mogelijk uitgevoerd en toen vergeleken."

Het simpelste model, om mee te beginnen, was een krachtenbalans. Zo is er de kracht van de luchtstroom en de adhesie, die in de druppel bij elkaar houdt. "Een heel eenvoudig model, met weinig aannamen", benadrukt Munters. Het model liet zien dat de druppel al snel een maximum snelheid bereikt. Blaas je dan nog harder, dan zorgt dat er enkel nog voor dat de druppel verder uitspreidt - niet dat hij harder gaat. Ook liet het model zien dat de vervorming van de druppel duidelijk van belang is voor de behaalde snelheid.

Na deze eerste stap haalden de wiskundigen het werkpaard van de stromingsleer van stal: de Navier-Stokesvergelijkingen. “Die hebben we op meerdere manieren toegepast, allemaal eerst maar eens in 2D”, vertelt Munters. Navier-Stokesvergelijkingen kunnen in rekentijd nogal uit de hand lopen. In de eerste toepassing namen de wiskundigen daarom aan, dat de druppel slechts invloed had op het profiel van een deel van de luchtlaag, en niet op de hele luchtlaag. Dat maakte het probleem beter behapbaar. Er werd gekeken hoe de druppel vervormde, naar kleine trillingen in de druppel. Ook werd gekeken of deze methode naar 3D uitgebreid kon worden.



Simulatie van de vervorming van de druppel bij verschillende luchtsnelheden.

Daarna zetten de wiskundige meerdere numerieke rekenpakketten in, ook nu weer met de aanname dat de luchtstroom zich niet teveel liet verstoren door de druppel. “We kregen de data die daar uitkwamen niet meteen sluitend, maar we zagen wel dat de modellen dezelfde fenomenen lieten zien”, aldus Munters. Zo had steeds harder blazen ook volgens deze modellen geen zin. De rekentijd bleef met een uur ook binnen de perken, een belangrijke voorwaarde.

Na het gepuzzel in 2D wilde de groep zich ook nog voorzichtig wagen aan de driedimensionale versie van het probleem, ook nu weer met een numeriek Navier-Stokesmodel. Om de rekentijd te beperken - de

studiegroep duurt immers slechts een week - werd wederom opnieuw gekozen om alleen de stroming in de druppel zelf te modelleren. "Hier zagen we dat de druppel ook in een constante luchtstroom kan gaan trillen", aldus Munters. De groep had weinig tijd om diep in deze simulaties te duiken, maar kon wel concluderen dat ook 3D-berekeningen voor dit probleem haalbaar zijn voor VDL ETG. Een conclusie waar Shestakov door verrast is: "Ik dacht dat dat niet te doen was, dus het is fijn te horen dat het mogelijk toch kan."

Op de exacte getallen moet je ons zeker niet vastpinnen, zegt Munters, maar alle vier de modellen gaven kwalitatief wel soortgelijke uitkomsten. De eerder genoemde conclusie dat harder blazen vanaf een bepaald punt geen zin meer heeft. Het trillen van de druppel, wat belangrijk is omdat de druppel daardoor immers uiteen kan spatten. "Ook lijkt er een soort natuurlijke trilling te zijn rond de 25 hertz", vertelt Munters. "Als je de druppelsnelheid wilt verhogen, valt daar misschien wat te rapen."

De groep raadde VDL ETG aan om een goede meetopstelling te bouwen, om data binnen te halen om de modellen mee te voeden. "Dat is ook hoe ik het aan zou pakken", vertelt Shestakov na afloop. "Met je modellen een strategie uitzetten, en die toetsen." Ook concludeerden de wiskundigen dat er met de lichtere modellen zeker al blaasstrategieën berekend kunnen worden, waarmee winst te verwachten valt. Voor goed inzicht is het echter aan te bevelen om vervolgens voor die gebieden de zwaardere driedimensionale berekeningen te gaan doen.

Shestakov kijkt tevreden terug op een succesvolle week. "Ik wist vooraf niet precies wat te verwachten, maar ik ben echt van mijn sokken geblazen. Met samenwerking kun je dus enorm veel bereiken in korte tijd. De groep heeft me geen magisch recept gegeven, maar dat had ik ook niet verwacht. Wat ze wel heeft gedaan, is me inzicht gegeven,

en richting", zei Shestakov na afloop van de week in zijn dankwoord. Hij pleit voor een uitbreiding van de studiegroep, als brug tussen onderzoek en bedrijfsleven: "Ik zou willen dat ik het hele jaar door zo'n team aan het werk kon zetten als ik met een vraag zat."

KEUZEVRIJHEID LEIDT TOT GLIBBERIGHEID

Vanderlande heeft een algoritme ontwikkeld voor dit magazijn. We vragen jullie er ook een te maken, zodat wij kunnen leren van jullie aanpak." Tom Peeters daagt de deelnemers van de Studiegroep Wiskunde met de Industrie uit een slim algoritme te maken voor een magazijn, waar producten op meerdere plekken liggen.

Het bedrijf Vanderlande in Veghel groeide uit van kleine machinefabriek tot wereldmarktleider in geavanceerde transportsystemen voor vliegvelden, sorteercentra en magazijnen. "We bouwen tegenwoordig niet alleen meer de transportsystemen zelf, maar geven ook advies over het logistieke proces er omheen", vertelt Tom Peeters, die het bedrijf vertegenwoordigt tijdens de studiegroep. Hij is *Concept and Feasibility Engineer* bij Vanderlande.

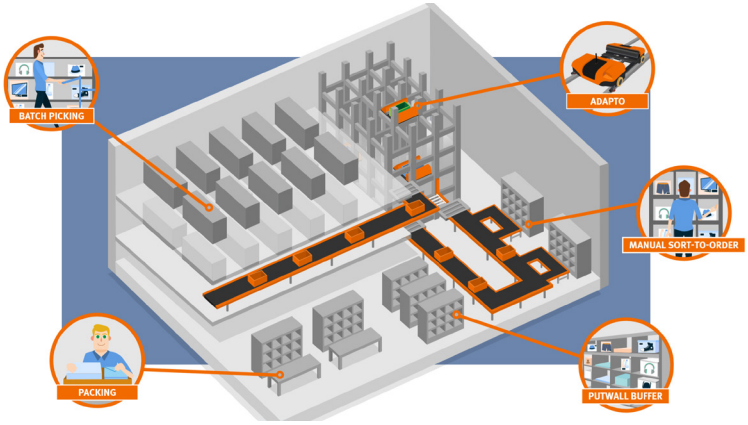
De vraag die Peeters naar de studiegroep heeft meegenomen, gaat over een sorteeralgoritme voor een magazijn. Orderpikken is een klassiek wiskundig probleem, waarbij de gemiddelde hoeveelheid tijd per order geminimaliseerd moet worden. Grote magazijnen hebben gewoonlijk hun eigen *batching* algoritme: een algoritme dat de orders slim indeelt.

Het magazijn of distributiecentrum dat Peeters inbrengt, bestaat niet echt. Maar de vraag is wel representatief, benadrukt hij. "Dit had van een echte klant kunnen komen." Voor dit fictieve magazijn heeft Vanderlande zelf een *batching* algoritme ontwikkeld. De uitkomst van het algoritme is een lijst met opdrachten voor de orderpikkers.

Vanderlande wil dat de wiskundigen van de studiegroep het algoritme toetsen. Welke aanpak zouden zij kiezen? Lijkt dat op de manier waarop de medewerkers van Vanderlande het probleem hebben aangepakt? En vooral, kunnen ze toe met minder verzamelbakken - dé maat voor succes in dit verhaal? Het algoritme van Vanderlande zelf krijgen de wiskundigen

niet te zien; wel de uitkomst ervan voor een grote lijst orders, orders waarmee zij zelf ook aan de slag gaan. “Wij weten dat ons algoritme nog niet optimaal is. We zijn vooral geïnteresseerd in frisse ideeën”, aldus Peeters. Hij vertelt na afloop dat het prettig was met een groep experts over zijn vraag te praten. “De week is ook goed voor ons netwerk.”

Het ‘meegebrachte’ magazijn is onderverdeeld in 30 zones. Dit is gedaan om de loopafstand voor de orderpikkers te verkleinen: orderpikkers bedienen ieder een eigen zone. Bestellingen met producten uit meerdere zones worden opgebroken; later in het proces worden de delen uit de verschillende zones weer gerecombineerd tot de complete bestelling.



Schematische weergave van het magazijn. Sommige orders worden tijdens het proces opgesplitst en pas na het pikken gerecombineerd. Beeld: Vanderlande

Bijzonder aan dit magazijn is dat sommige producten er in meerdere zones te vinden zijn. Zo liggen producten die als zoete broodjes over de toonbank gaan, in maar liefst vijf verschillende zones. Dit introduceert welkome keuzevrijheid bij het inplannen van de orders, wat opstoppingen tijdens het orderpikken voorkomt. ‘Medium’ verkopende

producten liggen op twee plaatsen. Rustig verkopende producten - de meerderheid - zijn in één zone te vinden.

Dat producten op meerdere plekken liggen, moet slim in de sortering van de pikorders worden verwerkt. Die keuzevrijheid is echter ook wat de vraag wiskundig zo lastig maakt, vertelt Jan Posthoorn. De promovendus uit Utrecht zat in de groep, die met de vraag van Vanderlande aan de slag ging. Hij deed voor het eerst mee aan de studiegroep. "Het is leuk om zo snel concreet resultaat te boeken", zegt hij na afloop. Hij koos voor de vraag van Vanderlande, omdat hij aansloot bij zijn expertise. "Het interessante van deze vraag is dat je producten op vijf plekken kan pikken. Dat geeft veel opties bij het indelen van de orders. Je kan bij het optimaliseren bestellingen van de ene naar de andere zone schuiven. Die vrijheid is mooi, maar als je er gebruik van maakt, verandert ook ogenblikkelijk de indeling van alle orders eromheen. Dat maakt het probleem glibberig. We moesten een manier zoeken om grip te krijgen."

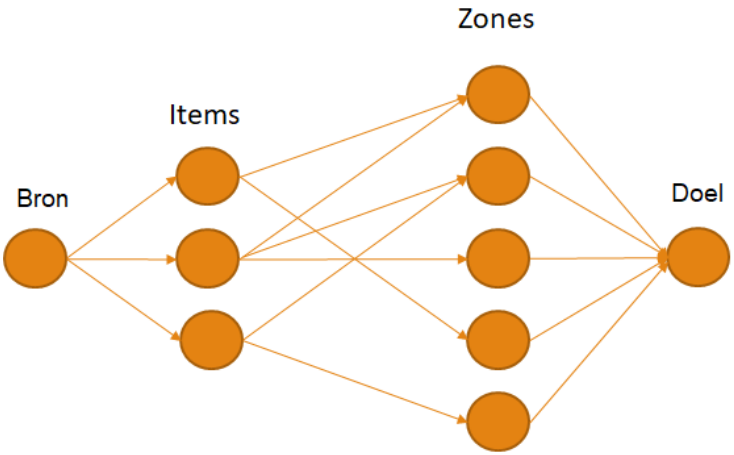
De bestellingen in zo min mogelijk verzamelbakken indelen, dat was de opdracht die de wiskundigen van Vanderlande kregen. Daarnaast was de vraag om de werklast waar mogelijk eerlijk over de zones te verdelen. "Belangrijk te weten is dat bestellingen met meerdere verschillende producten worden gesplitst naar zones", vertelt Posthoorn. "De deelbestellingen worden dan in die zones gepikt, en later weer samengevoegd tot de bestelling compleet is." Bij een klassiek magazijn zou dat opsplitsen van bestellingen eenvoudig zijn: een bestelling valt dan automatisch uiteen volgens de zones waarin de producten te vinden zijn. Doordat in dit magazijn producten op meerdere plekken liggen, is er keuzevrijheid: je kan de bestellingen op meerdere manieren splitsen.

De groep wiskundigen besloot op dinsdag om het probleem te lijf te gaan met geheeltallig lineair programmeren (ILP). Dat is een wiskundige methode die bijvoorbeeld goed werkt bij het opstellen van dienstroosters,

of het maken van dienstregelingen voor bussen, zoals Posthoorn in zijn promotieproject in Utrecht doet. "Met deze methode begin je met een oplossing, die je stapsgewijs verbetert tot er geen winst meer geboekt kan worden." Het idee werd diezelfde dag weer afgevoerd. "Wanneer producten op meerdere plekken liggen, werkt het niet."

Er moest een andere aanpak komen, dat was duidelijk. Inmiddels was het woensdag, en begonnen de wiskundigen de druk te voelen. "Het probleem had, zoals gezegd, teveel keuzemogelijkheden. Dus hebben we het opgesplitst." De groep maakte eerst een sortering van de bestellingen, waardoor er lijstjes ontstonden met bestellingen die op elkaar leken. Orders uit dezelfde zone kwamen op die manier zo goed mogelijk bij elkaar.

Bij deze eerste sortering lieten de wiskundigen alle bestellingen met maar één soort product buiten beschouwing, die voegden ze op het eind pas weer toe. Bij het orderpikken kunnen namelijk om praktische redenen bestellingen met meerdere dingen niet worden gecombineerd met bestellingen met maar één ding.



Stroomdiagram waarmee de bestellingen worden ingedeeld. Als er een bak bestellingen vol is, verdwijnt hij in het doel.

Het groeperen van deelbestellingen was stap één van een drietrapsraket. Voor de tweede trap gebruikten de wiskundigen een stroomdiagram. Omdat in een bak ruwweg vijftien producten passen, was het zaak de opdrachtlijst voor de orderpikker zo handig mogelijk in vijftienvouden op te delen. De wiskundigen stelden een stroomdiagram voor het indelen van de *mini batches* in opdrachten voor de orderpikkers. Ze optimaliseerden de doorstroom door het diagram, waarbij er zoveel mogelijk goedgevulde verzamelbakken uitrolden met vijftien producten. "In deze stap verdelen we de deelbestellingen in slim samengestelde vijftienvouden, zo net mogelijk verdeeld over de zones bovendien", vertelt Posthoorn. Wat in dit stroomdiagram in theorie ook kan worden meegenomen, zijn de voorraden. "Daar kan je mee spelen. Als een product dat op meerdere plekken ligt, op één plek op dreigt te gaan, dan kun je dat in je stroomdiagram meenemen door de capaciteit van een pijl te beperken." Op eenzelfde manier zou ook de loopafstand kunnen worden meegenomen. De wiskundigen hebben dit vanwege onvoldoende data niet geïmplementeerd, maar als advies aan Vanderlande meegegeven. Peeters: "Dat idee spreekt ons zeker aan."

Na stap twee waren de bestellingen met meerdere producten allemaal netjes ingedeeld. Vervolgens trokken de wiskundigen in stap drie de werklast per zone zoveel mogelijk gelijk. Dat gebeurde met behulp van de eenvoudigste bestellingen, die met slechts één producttype. Posthoorn benadrukt dat deze aanpak alleen werkt in een magazijn waar genoeg eenvoudige bestellingen zijn de verdeling recht te trekken.

Na hard doortrekken op de donderdag lukte het de wiskundigen om hun drietrapsalgoritme daadwerkelijk aan de praat te krijgen. Posthoorn laat zien hoe het de lijst bestellingen verdeelt: "We hadden uiteindelijk 504 verzamelbakken nodig, redelijk netjes over de zones verdeeld." Daarmee is het de wiskundigen niet gelukt het algoritme van Vanderlande te verslaan. Het algoritme van het bedrijf lukte het in 450 bakken, 54 minder.

Teleurgesteld is Posthoorn daarover niet: “Wel even jammer natuurlijk, maar we hebben het maximale uit de week gehaald. Bovendien zijn er manieren om ons algoritme te verbeteren. Die hebben we als aanbeveling meegegeven.” Peeters: “Je kan het ook niet één op één vergelijken, omdat de wiskundigen iets andere aannames hebben gedaan dan wij.” Het algoritme van de wiskundigen is in ieder geval prettig snel: binnen een minuut ligt er een indeling, een dikke plus bij sorteeralgoritmen.

“Het doel wat we voor ogen hadden, was ambitieus”, vertelt Peeters na afloop. “Ik ben aangenaam verrast door hoe ver de wiskundigen in slechts één week tijd zijn gekomen.” Hij vertelt dat hun algoritme niet één op één te vergelijken is met dat van Vanderlande zelf. De aanpak is anders, de aannames waarmee is gewerkt ook. “Je kan dus niet zeggen of de een beter is dan de ander”, aldus Peeters. Hij is zelf erg gecharmeerd van het stroomdiagram, “ook omdat je daarin dus ook informatie over de voorraad in de schappen kan verwerken”. Hij heeft inmiddels ook de code van de wiskundigen gekregen. “Daarmee gaan we aan de slag.”

ALLEEN GEBEURTENISSEN DOEN ERTOE

"Ik vraag jullie om af te trappen." Verkeersadviesbureau Sweco wil overstappen naar een nieuwe programmeermethode voor het simuleren van verkeer in de stad. De Studiegroep Wiskunde met de Industrie gaf het bedrijf de vliegende start waar het op hoopte.

Niets zo vervelend als een verkeerslicht dat net voor je neus op rood springt, terwijl je de laatste auto was van het rijtje. Had je nog even door gemogen, dan had dat je een hoop wachttijd bespaard. En benzine, nu moet je een tweede keer optrekken. Een goede doorstroom in het verkeer is goed voor het humeur, de bereikbaarheid én het milieu. Gemeenten investeren daarom steeds meer in adaptieve verkeerslichten, die inspelen op het verkeer van dat moment.

Een bedrijf dat dergelijke intelligente verkeerslichten ontwikkelt, is Sweco. Dit adviesbureau is gespecialiseerd in de stad van de toekomst, en slim verkeer hoort daarbij. In de toekomst communiceert iedere auto met het verkeerslicht, en omgekeerd. Dan krijgt de bestuurder bijvoorbeeld het advies om wat langzamer te naderen, zodat hij in één keer door kan rijden. Nu al past een aantal verkeerslichten zich aan het verkeer aan. Sweco ontwikkelt onder meer de verkeersmodellen die daar achter zitten. Software van het bedrijf bepaalt hoe de verkeerslichten het best bediend kunnen worden: hoe lang ze op groen moeten blijven om die ene auto uit dat treintje nog net even door te laten.

Het doel van Sweco is de wachttijd bij een kruispunt te verkorten, en daarnaast het aantal stops voor auto's te minimaliseren. Het bedrijf simuleert de verkeerstromen met behulp van de informatie uit de lussen in het wegdek en de camera's op het kruispunt. Momenteel maakt het bedrijf een complete simulatie van het hele kruispunt, waarbij voor iedere tijdstap alle bewegingen van alle voertuigen worden

doorgerekend. Het verkeersmodel van Sweco, *Smart traffic,* bepaalt op basis van het huidige verkeer wat voor kort daarna de beste stand is voor de verkeerslichten.

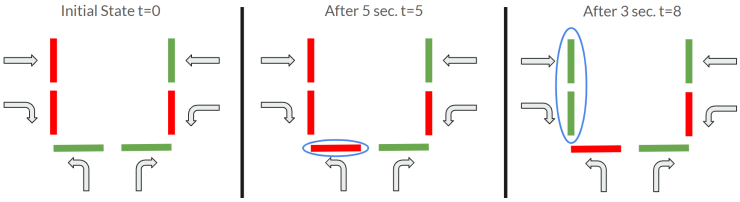
De huidige simulaties zijn nauwkeurig, maar zwaar om te draaien. Ook is het met deze manier van werken niet eenvoudig om nieuwe kruispunten in te voegen of meerdere kruispunten in *één* simulatie te verbinden. Sweco wil daarom toe naar een andere simulatiemethode. "In het huidige model zit allerlei informatie die niet relevant is", vertelt Sandra Kamphuis, productmanager Smart Traffic bij Sweco. "Wij denken daarom dat de simulaties met minder informatie kunnen." Ze geeft de posities van alle auto's als voorbeeld: "Wij simuleren nu alles, ieder bochtje in de weg. We weten van elke auto op ieder moment waar hij rijdt. Dat hoeft echt niet allemaal. Het doet er niet echt toe of de weg recht of krom is. Ik hoef niet op ieder moment van iedere auto te weten waar hij is - maar wel wanneer hij bij het verkeerslicht aankomt."

"Sweco wil graag toe naar *event based* simuleren", legt Kamphuis uit tijdens het inleidend verhaal tijdens de studiegroep. Niet de hele situatie simuleren, maar alleen de relevante gebeurtenissen. Bijvoorbeeld dat er twee auto's wachten bij verkeerslicht 4, of dat er een auto onderweg is naar verkeerlicht 7. "We weten al een tijdje dat we naar *event based* willen, maar dat is een grote overgang. Wij hopen dat de studiegroep ons een vliegende start geeft." Kamphuis vraagt de studiegroep om een eerste begin te maken met een *event based* verkeersmodel voor één kruispunt: een algoritme waarin belangrijke gegevens als wachttijd, rijlengte en aantal stops per voertuig zijn meegenomen.

"De opdracht was volstrekt helder", vertelt Rik Timmerman, een van de wiskundigen die aan Sweco's vraag werkte. Hij doet promotieonderzoek aan de Technische Universiteit Eindhoven, onder meer aan verkeersmodellen - allemaal *event based*. De vraag van Sweco was hem dus op het lijf geschreven. "Een goed afgebakende vraag is prettig als je

slechts een week de tijd hebt", vertelt hij na afloop. De groep bestond uit tien mensen, teveel om de hele tijd samen te werken. Dus toen er na de gezamenlijke brainstorm een plan van aanpak lag, splitste de groep in drieën. Een deel richtte zich op het simuleren van het verkeer, een deel op het ontwikkelen van het basismodel dat voorspellingen kon doen, met hulp van die simulaties. Een derde deel had een vrijere rol, zij werkte aan ideeën om het basismodel uit te breiden.

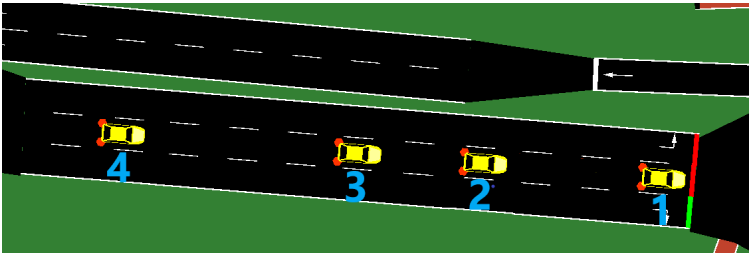
Het nieuwe model zou natuurlijk minder realistisch worden dan dat van Sweco, vertelt Timmerman, maar de vraag is of de resultaten ook slechter worden. Kamphuis: "Ik verwacht dat er heel wat informatie straffeloos weg kan." De wiskundigen kregen van Sweco data van een kruispunt op de ringweg van Apeldoorn. "Een fictief kruispunt had ook gekund, maar een echt kruispunt leek me leuker. Het is bovendien een project waar Sweco nu aan werkt", vertelt Kamphuis.



Schematische weergave van een stoplichtscenario, met wijzigingen na 5 en 8 seconden.

De eerste stap van de wiskundigen was om te kijken wat er precies van belang is voor de simulatie. Allereerst waren daar de verkeerlichten - in gedigitaliseerde vorm een rij getallen, met 1 voor groen en 0 voor rood. Bij die lichten hoorden ook een lijst met grofweg 100 scenario's, waarin staat beschreven welk licht op rood springt - of juist groen wordt. Timmerman: "Ik was nog verrast door het aantal scenario´s voor deze kruising. Met slechts een paar verkeerlichten kun je natuurlijk al veel combinaties maken."

Daarnaast waren er de gebeurtenissen in het verkeer zelf: ook die digitaliseerden de wiskundigen. Bijvoorbeeld ‘auto 1 arriveert bij lus 1’, ‘auto 7 arriveert bij verkeerslicht 3’ of juist het goede nieuws dat ‘auto 9, 10 en 11 vertrekken bij verkeerslicht 5’. De wiskundigen gingen er voor het gemak vanuit dat alle lussen in het wegdek het goed deden, zodat ze een volledig beeld hadden van het aankomend en vertrekkend verkeer.



Simulaties van vier auto’s die aansluiten bij het stoplicht.

Op basis van deze informatie - de lichten en het verkeer - konden de wiskundigen voor alle 100 scenario’s de verkeersstroom in de komende halve minuut voorspellen. De groep maakte een basismodel om dat te doen. Timmerman: “Je weet bijvoorbeeld hoeveel auto’s er uit de wachtrij vertrekken als er een verkeerslicht twintig seconden op groen springt. Zo voorspel je al het verkeer op het kruispunt op basis van de scenario’s.” Fijn was dat de simulaties lekker snel waren.

Het doel van het doorrekenen van alle verkeerslichtscenario’s is om de beste te kunnen selecteren. Waar Sweco gewoonlijk twee factoren minimaliseert - het aantal stops en de wachttijd - namen de wiskundigen nu alleen de wachttijd. Kamphuis: “Dat is voor in deze week prima. Ons ging het er om te kijken of deze manier van simuleren werkt. De details komen later wel.” In het basismodel is ook nog geen rekening gehouden met het andere verkeer, zoals fietsers en voetgangers. “Dit is een platgeslagen versie van wat er moet komen. Het is niet zo dat al het werk nu is gedaan”, lacht Kamphuis,

"Maar het is wel een lekker begin. Ik kan mijn collega's dit model demonstreren. Deze week heeft ons extra vertrouwen gegeven dat dit de kant is die we op willen." Zij voegt nog toe dat een snel model in de toekomst echt een vereiste is. "In EU-projecten die we doen wordt nu al rekening gehouden met de komst van zelfrijdende auto's, die met de infrastructuur van het kruispunt willen communiceren."

De wiskundigen onderzochten ook de mogelijkheid met hun basismodel meerdere kruispunten samen te simuleren. "We hebben het niet echt geprogrammeerd, maar voor zover wij overzien is deze aanpak goed uit te breiden naar een netwerk", vertelt Timmerman. "Het lijkt snel genoeg om vanaf de ene kruising input te geven aan de volgende. Bij kleine netwerken kan het zeker." Uiteindelijk zou Sweco natuurlijk het liefst niet de verkeersstroom per kruispunt optimaliseren, maar het verkeer voor de hele ring, of de hele stad. Het heeft immers geen zin om bij het ene kruispunt snel door te mogen, als dat verderop tot opstoppingen leidt. Met de vraag hoe je kruispunten verbindt, deed Sweco in 2019 mee met de studiegroep.

Kamphuis is niet alleen blij met de resultaten van de week, maar ook met de contacten die ze opdeed. "Neem nou Rik (Timmerman, red.), die precies op dit onderwerp promoveert. Die spreek ik graag nog eens." Kamphuis vond het ook een plus dat de week dit keer door de Fontys Hogeschool werd georganiseerd. "Wij hebben traditiegetrouw veel academische stagiaires, maar ik heb gemerkt dat hogeschoolstudenten ook interessant zijn voor Sweco. Zij zijn wat praktischer ingesteld." Na deze week om op te starten, begint nu het echte werk voor Sweco. "*Event based*-modelleren lijkt inderdaad een goed idee. Nu moeten we eens goed nadenken over hoe we overstappen", besluit Kamphuis. "Werk aan de winkel."

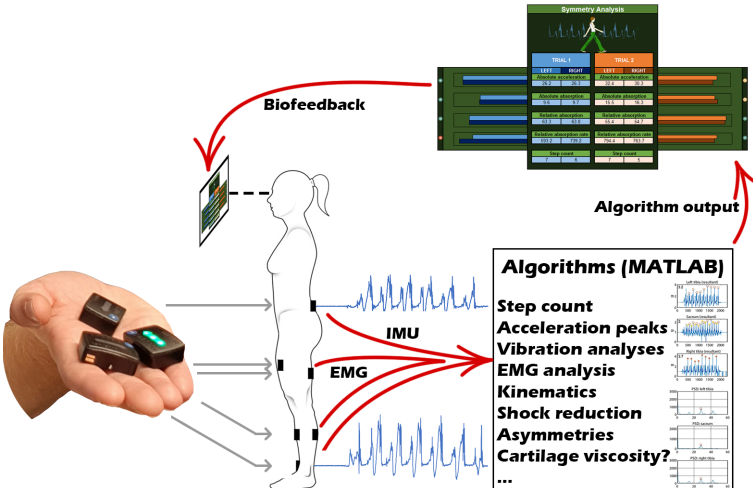
KRAAKBEEN METEN ZONDER LAB

"Fysiotherapeuten kunnen veel zien, maar niet hoe de kwaliteit is van het kraakbeen in de knie. Met ShoQR wil ik hen dat extra zintuig geven." Tim Gerbrands liet de deelnemers van de Studiegroep Wiskunde met de Industrie een been modelleren, om zijn data te kunnen valideren.

Een supervet project, zo omschreef een jurylid van de Fontys Denk Groter-prijs het project van bewegingswetenschapper Tim Gerbrands, docent-onderzoeker aan de Fontys Paramedische Hogeschool. Hij won de prijs met zijn project ShoQR. ShoQR is een meet- en analysesysteem voor kniebelasting. Voor het meten van kniebelasting is normaal een duur laboratorium nodig. "ShoQR doet eenzelfde soort metingen met behulp van opplakbare sensoren, waardoor de metingen haalbaar worden voor bijvoorbeeld fysiotherapeuten", vertelt Gerbrands. "Ik wil het lab naar buiten brengen."

ShoQR is nog vol in ontwikkeling. Om het project weer een stap verder te brengen, deed Gerbrands mee aan de Studiegroep Wiskunde met de Industrie. Hij vond de week al geslaagd toen ze net begonnen was: "Het is prettig als er mensen van buiten kritisch met je meekijken. Bovendien ken ik nu mensen bij Toegepaste wiskunde bij Fontys, waarmee ik sowieso contact had willen zoeken om te zien of samenwerking mogelijk was.

ShoQR begon als idee in Gerbrands' promotietijd, en groeide uit tot een project dat richting marktintroductie beweegt. "Een spannende fase", beaamt Gerbrands. Maar voor het zover is, moet er nog werk worden verricht: Gerbrands wil eerst hard aantonen dat de metingen van zijn sensoren daadwerkelijk voldoende informatie bevatten over de kraakbeenkwaliteit in de knie. "Het beenmodel waar ik in Matlab mee werk, voorspelt dat de data inzicht kunnen geven in kraakbeenkwaliteit. Er ontbreekt nu nog een wiskundig model om dit te valideren."



Schematische weergave van ShoQR, het meet- en analysesysteem voor kniebelasting. Beeld: ShoQR

"Het kraakbeen in de knie vangt piekbelastingen op tijdens het lopen", vertelt Gerbrands. Bij mensen met artrose - een doelgroep voor ShoQR - is het kraakbeen aangetast. "Hun kraakbeen verandert plaatselijk in een soort drab en ze krijgen pijn bij het lopen." Patiënten met artrose moeten blijven bewegen om het kraakbeen zo veel mogelijk in vorm te houden. Te zware belasting kan het kraakbeen echter verder beschadigen. Er is dus een optimum tussen te veel en te weinig belasten. Waar dat optimum ligt, verschilt per patiënt. Artsen en fysiotherapeuten kunnen de conditie van het kraakbeen van de patiënt nu niet meten; zij weten daardoor niet goed hoeveel beweging goed is voor de patiënt. Daarover wil Gerbrands wil met ShoQR advies op maat kunnen geven. Ook leent het systeem zich voor het meten van het effect van een ander paar schoenen, of een brace.

Gerbrands vertelt dat er al talloze sportgadgets op de markt zijn die claimen iets soortgelijks te doen. "Die zeggen de impact te meten

tijdens het hardlopen, maar als je daar in detail naar kijkt, stelt het weinig voor. Ze meten alleen de versnelling, en waarschuwen als die hoog is. Maar een belasting die voor de één prima is, kan voor een ander te hoog zijn. Deze gadgets kunnen geen deugdelijk advies geven, omdat ze geen inzicht hebben in de kraakbeenkwaliteit." Voor Gerbrands staat *evidence based* hoog in het vaandel: "Ik werk vanuit de wetenschap, ik wil een meetsysteem ontwikkelen dat is gebaseerd op deugdelijk onderzoek. Het moet leiden tot een advies dat mensen kunnen vertrouwen."

Gerbrands vraagt de deelnemers van de studiegroep om een wiskundig model van het been, vertelt hij tijdens zijn presentatie op de openingsdag. "Ik heb veel metingen, bij mensen met en zonder artrose. Ik zie verschillen tussen die groepen, maar zijn die verschillen groot genoeg voor uitspraken op individueel niveau? Kortom, ik wil meer inzicht in wat de data me wel en niet kunnen vertellen over de kraakbeenkwaliteit. Met een model kun je de stap zetten van metingen naar mechanische eigenschappen."

Mara Smeele is masterstudent wiskunde, en trouw deelnemer aan de Studiegroep Wiskunde met de Industrie. "De derde keer alweer", lacht ze. De eerste keer werd ze meegenomen door hoogleraar Vivi Rottschäfer. Smeele: "Toen was ik best onder de indruk van al die ervaren wiskundigen die meededen." Inmiddels is ze routinier, haar rol is die van kritisch allrounder: "Ik ben niet de rasspecialist die onder tijdsdruk even snel het model in elkaar draait. Ik kan wel de juiste vragen stellen en kritisch meedenken." Ze koos voor ShoQR omdat ze het onderwerp interessant vond. De vraag sloot bovendien het beste aan bij haar expertise, dynamische systemen.

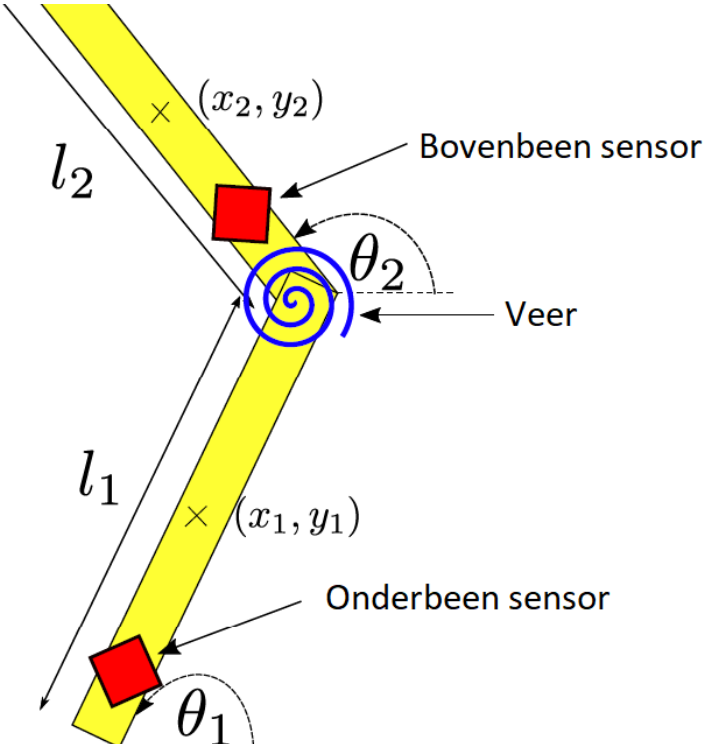
De groep van dertien wiskundigen ontwikkelde in de week twee beenmodellen. Een eerste model voor een recht been, een tweede voor een bewegend been, gebaseerd op een model uit de literatuur.

"Het eerste model is vrij eenvoudig", vertelt Smeele. "Het boven- en onderbeen en de knie beschouw je als een demper-veer systeem. Het model bevat een maat voor de viscositeit van de knie, wat een maat kan zijn voor de kraakbeenkwaliteit." De eenvoud van het rechtbeenmodel is zijn kracht: je kan de fysica van het lopen zelf negeren. Gerbrands: "Als je aan een recht been meet, meet je echt de materiaaleigenschappen van het been zelf. Je hebt geen last van verschillen in looppatronen." Metingen aan een recht been zijn bovendien onder goed gecontroleerde omstandigheden te doen. Gerbrands: "Je kan iemand met rechte benen op een trilplaat zetten en meten hoe het been de trillingen absorbeert. Of je laat iemand liggen en tikt tegen zijn hakken."

ShoQR gebruikt sensoren met een versnellingsmeter voor het meten van de impact van een stap, en een gyroscoop en een magnetometer voor de oriëntatie van het lichaam. De sensoren bevestigt Gerbrands gewoonlijk op de onderrug en aan de enkel. "Verrassend was dat de wiskundigen me vertelden dat die sensor op de onderrug wat hen betreft wel weg kon. Zij hadden genoeg aan de informatie uit de sensor op de enkel." De wiskundigen gebruikten de versnellingsmeter om de impact van een tik op de voet te bekijken. Ze konden uit de vorm van de piek afleiden hoe goed de knie de tik absorbeerde.

De groep experimenteerde zelfs met een zelfgebouwd been van twee houten stokken met een stuk schuim ertussen als knie. De wiskundigen bonden de ShoQR-sensoren op het hout, om daarna met een hamer tegen het uiteinde te tikken. "Dit leek ons een goed experiment om het model te ijken, omdat je precies weet welke materiaaleigenschappen dit nepbeen heeft", legt Smeele uit. Een goed idee, om een net experiment uit te voeren was de houtje-touwtje-opzet ongeschikt. Smeele lacht bij de herinnering aan het doe-het-zelven: "Het idee staat nog overeind, de uitvoering moet echt beter."

De wiskundigen analyseerden ook data die Gerbrands voor ze had meegebracht. Een deel daarvan waren metingen bij mensen die op een trilplaat stonden. De wiskundigen gaven Gerbrands na hun analyses het advies om dit soort metingen bij een andere frequentie te doen. Smeele: “De trilplaat trilt gewoonlijk met een frequentie van 7 hertz. In de data zagen we dat de versnelling van de knie soms groter was dan die van de trilplaat zelf. Dat betekent dat er resonantie optreedt, dat het lichaam juist bij die frequentie extra meeveert.” Niet zo gek, benadrukt de wiskundige, als je bedenkt dat trilplaten zijn gebouwd om spieren mee te kweken: “Ik vermoed dat resonantie dan juist goed is. Maar om knie-eigenschappen te meten, wil je dat liever vermijden.”



Schematische weergave van het model met buigbare knie.

Het tweede model van de wiskundigen was een beenmodel met een buigbare knie. "Je beschouwt het been als een dubbele slinger, met een demper-veer-systeem in de knie", vertelt Smeele. Dit model baseerden de wiskundigen op modellen uit de literatuur. "Ook in dit model zijn er weer twee belangrijke parameters, de veerconstante en de dempingsfactor van de knie. Die kan je bepalen met behulp van loopdata, en dat geeft je dan een maat voor de kraakbeenkwaliteit", zegt Smeele. Waar de veerconstante vooral de periode van de beweging bepaalt, lijkt de dempingsfactor de kwaliteitsmaat waar Gerbrands naar zoekt.

Dit model heeft als input wel de hoek van de knie nodig. Om die te meten, is een extra sensor op de knie noodzakelijk. Gerbrands bracht de sensoren een dag mee naar de studiegroep, waardoor zij metingen konden doen van hun eigen loopjes met een sensor op de knie.

Gerbrands is blij met de twee beenmodellen. "Vooraf was ik een beetje bang dat ik de wiskundigen snel kwijt zou zijn, dat ze met modellen zouden komen die voor mij te ingewikkeld zijn om mee uit voeten te kunnen. Dat is gelukkig niet zo, hiermee kan ik echt aan de slag."

De modellen geven beiden een maat voor de demping van de knie. Is dat inderdaad een bruikbare maat voor kraakbeenkwaliteit? Zijn de data van de sensoren van voldoende kwaliteit om verschil te kunnen zien tussen goed en slecht kraakbeen? Nu hij de modellen heeft, kan Gerbrands met die belangrijke vragen aan het werk: "Ik heb nu een model om mijn data mee te interpreteren. Ik ben ook blij met de inspiratie voor nieuw experimenteel onderzoek om de voorspellingen van het model te toesten. Dankzij de wiskundigen kan ik weer even vooruit met het onderzoek. Hopelijk binnenkort ook met hulp van afstudeerders van mijn wiskundecollega's bij Fontys."

STRAKKE AANVOER VAN PAKKETJES

Veel webshops zitten in het zuiden van het land, hun klanten wonen in de grote steden. Dat zorgt voor een disbalans bij de sorteercentra van PostNL. Het bedrijf vraagt de Studiegroep Wiskunde met de Industrie om een rekenmodel voor de beste verdeling van de pakketjes.

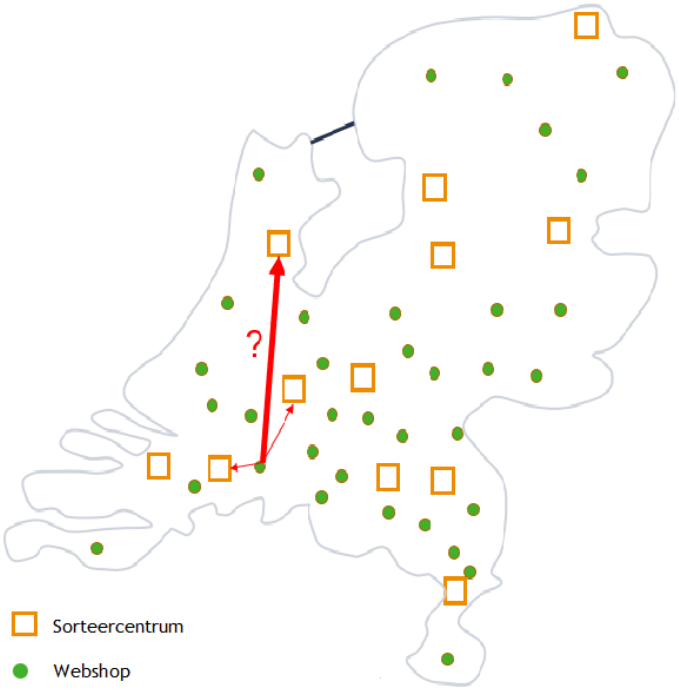
Iedere dag stroomt er een duizelingwekkende rivier van pakketjes door het land. PostNL bezorgt er dagelijks maar liefst 900.000. Het bedrijf haalt een groot deel van die pakketjes op bij webshops, en brengt ze naar sorteercentra. Daar worden de pakketjes op de eerste drie cijfers van de postcode gesorteerd, waarna ze naar een tweede sorteercentrum gaan voor een tweede sortering. Daarna pikken de bezorgers ze op en brengen ze naar u.

De pakketmarkt is de afgelopen tien jaar enorm gegroeid, benadrukt Jan de Munck van PostNL: "Tijdens die groei zijn beslissingen over de pakketstromen vaak op ervaring en intuïtie genomen, niet met hulp van wiskundige optimalisatie. Inmiddels zijn we meer datagedreven bezig, en kijken we waar we de logistiek kunnen verfijnen."

De Munck werkt als senior datawetenschapper bij Analystics & Decision Support. Die afdeling doet opdrachten voor heel PostNL, en ze doet ook zelf onderzoek om bedrijfsprocessen te verbeteren. PostNL wil uiteindelijk de hele keten van het bezorgen van een pakje - van webshop tot klant - in één model vatten. De vraag die De Munck en zijn collega Fetsje Bijma meebrachten naar de Studiegroep Wiskunde met de Industrie ging over het modelleren van het begin van de keten, in PostNL-jargon het *collectievraagstuk*.

In de ideale wereld gaan alle pakketjes van de webshop naar het meest dichtstbijzijnde sorteercentrum, dan hoeft de chauffeur de minste kilometers te maken. In de echte wereld is het helaas anders. Sommige

sorteercentra kunnen de grote aanvoer niet aan: het surplus gaat dan naar verderop gelegen sorteercentra. PostNL wil nu van de wiskundigen weten hoe de verdeling naar de sorteercentra geoptimaliseerd kan worden. Daarbij gaat het niet alleen om de routes van de pakjes, maar ook over de capaciteit van de sorteercentra. Zo kan er bijvoorbeeld besloten worden om een sorteercentrum langer te openen, of juist om aantal banden niet te bemensen.



Grafische weergave van de vraag van PostNL (niet de echte locaties): hoe verdeel je de stroom pakketjes van de webshops over de sorteercentra?

De wiskundigen kregen fictieve data over de pakketstroom om mee te werken. "Prettig aan de vraag van PostNL was dat het wiskundig

gezien strak geformuleerd was. Dat zorgde voor een snelle start", vertelt wiskundige Yoeri Boink van de UTwente. De promovendus werkt gewoonlijk aan medische beeldvorming, maar wilde deze week eens iets heel anders. "Ik ging voor een probleem waar je snel resultaat kon boeken", lacht hij.

En snel resultaat kwam er. De Munck is na afloop vol lof over de groep: "Ik vind het onvoorstelbaar knap hoeveel ze in een week bereikt hebben. Er liggen nu maar liefst twee oplossingen." De eerste methode lost de hele vraag in één keer op, vertelt Boink. "Ze heeft als bijkomend voordeel dat je er makkelijk wijzigingen in het proces in door kan voeren." De tweede methode bestaat uit een oplossing in stappen, waarbij er voor de eerste stap vooral boerenverstand is gebruikt. Boink: "De tweede methode geeft geen exacte oplossing, maar een goede benadering." Het grote voordeel hiervan is dat de berekening nauwelijks tijd kost. De Munck: "Daar komt bij dat deze methode voor ons makkelijker is om mee te werken."

Bij het ophalen en sorteren van de pakketjes zijn er twee soorten kosten om rekening mee te houden: de transportkosten en de sorteerkosten. De transportkosten hangen vooral af van de reistijd van de vrachtwagens. De sorteerkosten worden bepaald door loonkosten van de sorteerders en de tijd die het sorteercentrum in gebruik is. Omdat die twee kostenposten met elkaar verbonden zijn, moeten ze ook samen worden geoptimaliseerd. De wiskundigen stelden ook een set randvoorwaarden op waar deze optimalisatie aan moest voldoen. Daarin werd er bijvoorbeeld het aantal beschikbare sorteerbanden begrenst, en de openingstijden van de depots. Met zogeheten convexe optimalisatie rolde er vervolgens in drie uur rekentijd een optimale oplossing uit de computer.

De tweede rekenmethode die de groep ontwikkelde is sneller. "Daarbij lossen we het probleem in stapjes op, en we gebruiken wat logisch

nadenken om mee te beginnen", aldus Boink. "Bij deze oplossing stuurden we eerst alle vrachtwagens die na hun rit niet helemaal vol zaten, naar het dichtstbijzijnde depot. De gedachte daarachter is dat als je effectief werklast wilt verplaatsen, je het beste een volle vrachtwagen ergens anders naar toe kan laten rijden. Dat zet tenminste zoden aan de dijk."

Vervolgens moesten de overgebleven volle vrachtwagens slim worden verdeeld over de sorteercentra. "Dat deden we in twee stappen, met een zogeheten bi-level optimalisatie", legt Boink uit. De wiskundigen maakten een soort stroomdiagram, met links de lading van de klanten en rechts de capaciteit van de depots - die in deze berekening een vast gegeven is. "We werkten van achter naar voren: een half uur voor het depot sluit, mag er nog één laatste vrachtwagen aankomen. En zo ga je door, je matcht steeds vracht aan capaciteit." Het resultaat is het beste rijschema bij de gegeven sorteercapaciteit.

"Omdat de berekening zo snel is, kun je er vervolgens allerlei scenario´s mee doorrekenen", zegt Boink. "Je kan de openingstijden van de centra variëren, en het aantal sorteerbanden dat je inzet." Na afloop sorteer je van alle doorgerekende scenario's gewoon het beste. "Deze methode werkt prima, doordat het aantal opties te overzien is", legt Boink uit. "Een sorteercentrum heeft bijvoorbeeld maar 12 sorteerbanden. Het wordt een ander verhaal als dat er 12.000 zouden zijn." De resultaten van de tweede, snelle methode lagen dicht in de buurt van die van de eerste methode: "De aannamen waren in beide gevallen net even anders, maar we konden wel zien dat de tweede methode een soortgelijke uitkomst gaf als de eerste."

Met de data van PostNL konden de wiskundigen uitrekenen hoe intensief de sorteercentra werden gebruikt. Sommige sorteercentra werkten op 96 procent van hun maximumcapaciteit, terwijl andere maar op 50 procent zaten. "Die grote verschillen zijn interessant voor ons om naar te kijken", aldus De Munck. Hij benadrukt wel dat de uitkomsten niet

de echte werkelijkheid zijn. Om te beginnen zijn de data niet de echte data. Bovendien had De Munck de vraagstelling iets vereenvoudigd. "De wiskundigen mochten er bijvoorbeeld vanuit gaan dat er op ieder tijdstip voldoende vrachtwagens beschikbaar waren. In werkelijkheid hebben we die vrachtwagens ook weer nodig de pakjes na de eerste ruwe sortering naar het volgende sorteercentrum te rijden. Dus je kan ze niet zomaar op ieder moment inplannen." Ook namen de wiskundigen aan dat een vrachtwagen maar één klant aandeed, terwijl dat in het echte leven niet altijd zo is. Verder is er bij de oplossing geen rekening gehouden met de grootte van de producten, die in het echte leven flink kan verschillen. "Babybadjes of mobiele telefoons, het maakt nogal uit voor hoeveel er in één lading past", geeft De Munck als voorbeeld.

Sorteercentrum van PostNL. Foto: PostNL

Voor De Munck is zijn de rekenmodellen dan ook vooral het begin van nog veel meer simulaties. Hij gaat de komende tijd eens flink stoeien

met alle ideeën. “Scenario´s bekijken, wat heeft veel invloed, wat niet. Dit model geeft mij de mogelijkheid om wiskundige ondersteuning te bieden bij onze beslissingen over de collectie van de pakketjes”, zegt De Munck.

De wiskundigen deden nu alleen het eerste stuk van de pakketjesketen, en beschouwden alles erna als irrelevant. In werkelijkheid hangt het collectievraagstuk samen met de rest van de keten, benadrukt De Munck. Zo liggen de sorteercentra misschien niet altijd optimaal voor de aanvoer, maar wel weer fijn ten opzichte van de sorteercentra waar de tweede sorteerslag wordt gemaakt. De Munck: “Dat is precies de reden dat we uiteindelijk het hele proces van webshop tot klant willen digitaliseren. Het resultaat van de studiegroep geeft een extra stimulans om dat te doen. Dit smaakt naar meer.”

WINNEN MAG GEEN MINPUNTEN OPLEVEREN

Een nieuw ratingsysteem voor het dubbelspel waarin elke wedstrijd telt, ook als spelers duidelijk in niveau verschillen. Dat is wat Helga Wiersma van de tennisbond KNLTB van de wiskundigen van de Studiegroep Wiskunde met de Industrie vraagt.

We zien soms gekke dingen bij de rating van spelers die dubbelen, vertelt Helga Wiersma van de tennisbond KNLTB de wiskundigen bij de start van de studiegroep. "Zoals minpunten bij een gewonnen wedstrijd." Dan wint een duo een tenniswedstrijd, en gaat de rating van één van de spelers toch achteruit. Het is een onbedoeld bijeffect van het ratingsysteem voor dubbels van de KNLTB, waarbij het resultaat van de wedstrijd afhangt van de speelsterkte van de tegenstander. "We lossen dat nu op door de wedstrijd niet mee te laten tellen, maar dat is voor spelers natuurlijk ook niet leuk. Dan levert winst niets op voor je rating", vertelt Wiersma, Manager Wedstrijdtennis bij de KNLTB.

Voor tennissers op niveau gaat tennissen niet alleen om een lekker potje ballen, maar ook om het verbeteren van hun speelsterkte - die weer bepaalt welke tegenstanders ze krijgen. Spelers hebben een individuele rating voor zowel het enkelspel als het dubbelspel. In het huidige ratingsysteem kent de KNLTB bij dubbelwedstrijden geen score toe wanneer het niveauverschil tussen de spelers groot is, wat geregeld zo is. "We willen graag toe naar een ratingsysteem waarbij elke gewonnen wedstrijd loont", benadrukt Wiersma.

Het huidige ratingssysteem DDS (dynamisch speelsterkte systeem) is ontworpen voor het enkelspel, en daarna uitgebreid naar de dubbels. Het ratingsysteem is een stroomschema, waar twee uitkomsten mogelijk zijn: de wedstrijd telt mee, of geeft geen resultaat. De rating is het gemiddelde over de wedstrijden van een jaar, waarbij ook de rating van afgelopen jaar wordt meegenomen wanneer de speler minder

dan zes wedstrijden speelt. “Voor iemand die veel speelt, hebben de wedstrijden aan het eind van het seizoen weinig invloed meer op hun rating, omdat we over zoveel wedstrijden middelen”, legt Wiersma uit.

Foto: KNLTB

De KNLTB heeft zelf al gekeken naar andere ratingsystemen. Zo was er bijvoorbeeld de rating van de Amerikaanse tennisbond, waarbij zelfs de setstanden ertoe doen. “Dat willen wij niet, omdat je rating dan achteruit kan gaan als je wél gewonnen hebt, maar met een klein verschil in setstanden”, vertelt Wiersma. “We vonden nog geen systeem dat helemaal aan onze wensen voldeed.” Wiersma heeft daarom het wensenlijstje van de KNLTB opgesteld en dat aan de wiskundigen voorgelegd.

“Ik tennis niet, maar ratings heb ik altijd interessant gevonden”, zo motiveert deelnemer Len Spek zijn keuze voor het tennisvraagstuk. Het was Speks eerste studiegroep, hij had er van andere promovendi goede verhalen over gehoord. De wiskundige werkt bij UTwente

aan een promotieonderzoek naar het simuleren van netwerken van hersencellen. In 2021 is de Studiegroep Wiskunde met de Industrie aan zijn universiteit. Het leek ook zijn begeleider daarom een goed idee dat Spek dit jaar mee zou doen. “Ik was onder de indruk hoeveel progressie je in een paar dagen maakt wanneer je als groep gefocust aan één probleem werkt”, vertelt de wiskundige naderhand. Dat is ook wat Wiersma na afloop zegt: “Mooi vond ik dat iedereen bereid was mee te gaan in de denkrichting van een ander. Daarbij stelden de wiskundigen elkaar steeds vragen, hoe pakt dit dan uit, wat doen we dan daarmee? Vragend oplossend, zo zou ik het proces omschrijven.”

Vooraf had Spek verwacht dat er tal van ratingsystemen voor dubbels in de literatuur te vinden zouden zijn, maar dat viel tegen. “We vonden wat informatie over ratings bij online computerspellen, die ook in teams worden gespeeld. Die ratings voldeden niet aan onze eisen.” Dus ontkwamen de wiskundigen er niet aan om toch zelf wat te bedenken. Daarvoor begonnen ze bij een oud, veelgebruikt en gerespecteerd ratingsysteem: de elorating, ontwikkeld door natuurkundige en schaker Árpád Élõ in de jaren 60. Het systeem is de standaard bij schaken en dammen. Dit systeem rekent voor elke wedstrijd een winstverwachting uit, gebaseerd op het krachtverschil tussen de spelers. Wint de sterkere speler, dan is dat in lijn met de verwachting: de rating van de winnaar stijgt dan slechts een beetje. Wint de zwakkere speler echter tegen de verwachting in, dan heeft dat een groter effect. Spek: “Het mooie is dat je rating altijd stijgt als je wint, en daalt als je verliest, al is het soms maar een beetje.”

Het elosysteem is later verfijnd door statisticus Mark Glickman. Hij nam in zijn glickorating de onzekerheid over de speelsterkte van een speler mee. De speelsterkte van een echte wedstrijdvreter is immers met meer zekerheid bekend dan die van iemand die maar af en toe een wedstrijd speelt, of die een tijdje gestopt is en weer begint. “Als iemand met een onzekere rating speelt tegen iemand met een zekere rating, heeft die wedstrijd meer invloed op de rating van de onzekere speler dan op die

van de welbekende speler", legt Spek het mooie van het glickosysteem uit. Het meenemen van onzekerheid is iets wat de KNLTB graag wil. In dit systeem is het niet erg als de bond de speelsterkte van een herintredende speler verkeerd inschat: de glickorating trekt dat snel weer recht, zonder grote schade voor de tegenstanders.

Het was de wiskundigen snel duidelijk dat zowel het elo- als het glickosysteem geschikt zijn voor de KNLTB. Nu moest de stap van enkel- naar de dubbelspel worden gemaakt, want beide systemen zijn ontworpen voor één tegen één. "We hebben flink gediscussieerd over hoe dat moest", vertelt Spek. Moest je uitgaan van twee teams met een bepaalde sterkte die tegen elkaar spelen - als ware het een enkelspel tussen teams? Of was het beter om de wedstrijden te beschouwen als vier potjes van één iemand met drie anderen, waarvan er twee tegenwerken en een helpt? Spek: "Uiteindelijk zijn we toch maar gewoon uitgegaan van twee teams tegen elkaar, ook omdat dat beter uit te leggen is." Want ook uitlegbaarheid was een eis van de KNLTB, om gemopper van spelers te voorkomen.

$$\left.\begin{matrix} R_A \\ \\ R_B \end{matrix}\right\} \quad R_{AB} \quad \Longrightarrow \quad R'_{AB} \quad \left\{\begin{matrix} R'_A \\ \\ R'_B \end{matrix}\right.$$

Bij een dubbelspel wordt de persoonlijke rating van de spelers in één team gecombineerd tot één gezamenlijke rating. Na de wedstrijd wordt de nieuwe teamrating weer opgesplitst in twee individuele ratings.

De aanpak werd als volgt: twee spelers vormen samen een team met één rating, gebaseerd op de gecombineerde rating van de beide spelers. Vervolgens wordt er met het elo- of glickosysteem een winstverwachting bepaald voor de wedstrijd, als ware het gewoon een wedstrijd van één tegen één. "Na de wedstrijd rolt er een nieuwe rating

voor de teams uit, zowel voor de winnaars als voor de verliezers. Die splits je uit naar de spelers", vervolgt Spek. Bij deze aanpak zijn er twee belangrijke vragen. Hoe combineer je de ratings van de spelers vooraf en hoe verwerk je het resultaat van de wedstrijd in de individuele ratings? Spek: "Als de spelers even sterk zijn, is het makkelijk. Hun gezamenlijke rating is gelijk aan hun individuele ratings, en ze stijgen of dalen na afloop evenveel. Maar bij verschil in sterkte, wat is dan eerlijk? Neem je het gemiddelde van de individuele ratings? Of is vooral de sterkere speler bepalend voor de uitslag, of juist de zwakkere?"

Om daar inzicht in te krijgen, gebruikten de wiskundigen een dataset met uitslagen van de KNLTB. Spek: "Het gemiddelde van twee ratings blijkt een behoorlijk goede voorspeller van de uitslag, ook als het niveauverschil tussen twee spelers in één team groot is." Hij geeft hierbij wel aan dat dit deels het gevolg kan zijn van het huidige ratingssysteem, dat beide spelers bij winst ongeveer gelijk beloont. "Dat zou je nog kunnen onderzoeken."

De wiskundigen keken ook of bij gemengd dubbel de man of de vrouw meer bepalend is voor de uitslag, maar ook geslacht lijkt niet uit te maken. De wiskundigen raden de KNLTB dan ook voor de rating van een team gewoon de individuele ratings te middelen. Zij gaven de tennisbond ook de formules om de nieuwe gezamenlijke rating weer netjes te splitsen naar de spelers. "Het mooie was dat we hier een exacte oplossing voor konden geven", vertelt Spek. Voor de fijnproevers: die formule is afgeleid uit een minimalisatie van het verlies van informatie over de wedstrijd.

De wiskundigen presenteerden uiteindelijk twee systemen: een dubbelspelversie van het elosysteem en het complexere glickossysteem. "In het glickosysteem is de formule voor het splitsen van het resultaat niet zo eenvoudig uit te leggen aan de spelers", zegt Spek. "Glicko heeft zeker onze voorkeur, omdat je er onzekerheid in speelsterkte in

meeneemt", zegt Wiersma na afloop. "Het principe van het systeem krijgen we wel uitgelegd zonder die formules."

Het is niet zo dat het ratingsysteem klaar is voor implementatie. Spek: "De bond moet nog wel keuzes maken." Zo groeit de onzekerheid van een rating van een niet-spelende tennisser met de tijd, maar hoe snel dat gaat is een parameter die de bond kan kiezen. "Kies je een snelle groei van de onzekerheidsfactor, dan zullen ratings sterker fluctueren." Spek legt uit dat je daar misschien niet voor alle type spelers dezelfde keuze wil maken. "Zo spelen professionele tennissers maar weinig KNLTB-wedstrijden, terwijl hun niveau vrij constant is. Daar wil je dat de onzekerheid langzaam oploopt. Bij jeugdspelers kan je meer onzekerheid inbouwen, omdat jeugd zich snel ontwikkelt", zegt Spek. Hij adviseert om hier keuzes te maken op basis van speeldata. Wiersma benadrukt dat de veranderingen in de rating moet kloppen met het gevoel: "Spelers willen een rating die meebeweegt met de wedstrijden, maar niet alle kanten opschiet."

De KNLTB verwacht de resultaten te implementeren, maar niet van vandaag op morgen. Wiersma wil graag meer data-analyse doen voordat er beslist wordt hoe je twee ratings tot één combineert: "Het kan zijn dat de sterkere speler toch iets meer invloed heeft. Daar zou ik graag nog eens goed naar kijken voordat we besluiten of we de ratings middelen, of toch een iets andere verhouding gebruiken."

Wiersma verwacht dat ook de rating van de singles verandert. "Het lijkt me wat gek om met twee systemen naast elkaar te werken." Wiersma overlegt met de studiegroep wat er nog moet gebeuren voor de implementatie kan beginnen. Het uitwerken van de details wordt misschien een afstudeerproject. "Ik heb bewondering voor wat de groep in een week heeft bereikt", zegt Wiersma. "Het was een project waarvan we al een tijdje wisten dat we er wat mee wilden. Door deze week heeft het vleugels gekregen."

Fontys

FON-200199