

## 4 Scheepsmanoeuvres moeten tegen een stootje kunnen

*Bennie Mols*

*Stabiel in een rechte lijn varen is wel het minste wat een schip moet doen. Door de vele parameters die in een scheepsontwerp zitten, is dat toch niet altijd het geval. Maritiem onderzoeksinstituut MARIN zoekt een handige wiskundige manier om die stabiliteit snel te bepalen.*

Of het nu gaat om passagiersschepen, containerschepen of marineschepen, een van de meest basale vragen is hoe stabiel het schip blijft wanneer het in rustig water vaart. Zwabbert het bij de minste of geringste verstoring op en neer of blijft het netjes in een rechte lijn varen? Hoe reageert het op een verandering van de roerhoek? En wanneer het een bocht met een bepaalde draaicirkel maakt, gaat het dan wel of niet van die draaicirkel afwijken bij het minste of geringste golfje? Dit is het soort stabiliteitsvragen dat het Nederlandse maritieme onderzoeksinstituut MARIN in Wageningen in opdracht van scheepsontwerpers onderzoekt.

Het MARIN onderzoekt de scheepsstabiliteit in rustig vaarwater enerzijds in realistische experimenten met schaalmodellen, maar anderzijds ook theoretisch. De theoretische aanpak gaat uit van drie bewegingsvergelijkingen van het schip, eentje voor de beweging rond de lengteas, eentje voor beweging rond de as loodrecht op het schip en eentje voor de beweging rond de as dwars op het schip. Wiskundig gezien gaat het om een stelsel gekoppelde tweede orde differentiaalvergelijkingen met veel niet-lineaire termen, wat de oplossing lastig maakt. De coëfficiënten (en ook sommige machten van de niet-lineariteiten) die er in voorkomen worden gemeten in experimenten met schaalmodellen. Een schip kent enkele tientallen belangrijke parameters die in het ontwerp kunnen worden veranderd, van de positie en de grootte van het roer tot de weerstand in het water en de ligging van het massazwaartepunt. Al deze parameters samen bepalen hoe goed een schip in rustig water manoeuvreert.

Traditioneel simuleert het MARIN het scheepsgedrag door het stelsel vergelijkingen numeriek tijdstapje voor tijdstapje op te lossen. Maar om de stabiliteit te bestuderen, moeten de parameters telkens een beetje worden veranderd om weer een nieuwe simulatie uit te voeren. Zo zijn al snel tientallen simulaties nodig, wat veel tijd kost. Dat moet handiger kunnen, dacht Ed van Dalen, senior onderzoeker bij het MARIN en zelf ook opgeleid als wiskundige. “Een fysicus zoekt een stationaire oplossing van tijdafhankelijke vergelijkingen. Voor een wiskundige is die stationaire oplossing een evenwicht in de fase-ruimte. Ik had het gevoel dat er een handigere wiskundige manier moest zijn om de scheepsstabiliteit te onderzoeken dan door telkens met iets andere parameters weer een nieuwe simulatie te draaien.”

De vraag aan de wiskundigen van de Studiegroep Wiskunde met de Industrie was dan ook of zij stabiele evenwichten konden aantonen zonder het scheepsgedrag in de tijd te simuleren.

### **Voortstuwingsmodel**

“Toen wij het stelsel vergelijkingen zagen, dachten we meteen: daar kunnen we wat mee”, vertelt wiskundige en promovendus Frits Veerman van de Universiteit Leiden. “De vergelijkingen waren echter opgesteld door een fysicus. Soms wil een fysicus een

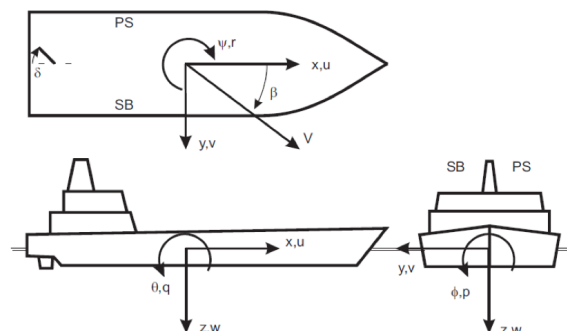


bepaalde afhankelijkheid nog wel eens verstoppen in een symbool. Dat bleek ook zo te zijn: bepaalde coëfficiënten bleken indirect van de snelheid af te hangen. Daardoor werd het stelsel vergelijkingen nog ingewikkelder.”

Een groep van elf wiskundigen boog zich in februari 2011 een week lang over het probleem. Eerst analyseerden ze de vergelijkingen theoretisch. Daarna gebruikten ze deze analyse voor het bedenken van een nieuwe numerieke oplossing van het stabiliteitsprobleem, zonder de vergelijkingen in de tijd door te rekenen. Uit de analyse van de oorspronkelijke vergelijkingen bleek dat de hoek die het roer maakt met het schip een grote rol speelt. Er treedt een ingewikkeld krachtenspel op tussen het roer en de schroef, die altijd in de buurt van het roer zit. “De belangrijkste vereenvoudiging die we hebben doorgevoerd,” zegt Veerman, “is dat we die ingewikkelde krachtenbalans weglaten en modelleren door een draaibare voortstuwing aan te nemen die tegen het schip aanduwt. De positie van die draaibare voortstuwing is een vrije parameter. Het ingewikkeldere roermodel van het MARIN hebben we vervangen door ons eenvoudigere voortstuwingsmodel.”

Door alleen naar evenwichten te kijken, is de tijd als expliciete variabele uit het probleem verdwenen. Het nieuwe roermodel geeft drie eerste orde vergelijkingen in de snelheid, waarbij de afgeleide wel een tijdsafgeleide is. In het algemeen is dit stelsel vergelijkingen niet gemakkelijk oplosbaar, maar wel voor de specifieke vragen die het MARIN had gesteld: hoe zit het met de stabiliteit van rechtdoor varen en bij het draaien in een cirkel? Veerman: “Dat betekent dat we niet naar alle mogelijke evenwichten hoefden te zoeken, maar alleen naar een subklasse.”

De wiskundigen implementeerden hun theoretische analyse zowel in Matlab als in het gratis verkrijgbare software met de naam AUTO. Matlab lost de vergelijkingen direct op. AUTO is speciaal is gemaakt om te analyseren hoe de stabiliteit afhangt van een verandering van parameters (het bifurcatiegedrag). De studiegroep vond zowel in



**Figuur 4.1:** De krachten op een schip leveren een gekoppeld systeem van gewone differentiaalvergelijkingen met sterke niet-lineaire termen.

Matlab als in AUTO dezelfde soort bifurcaties als in de theoretische analyse. “Onze numerieke oplossing laat zien dat ons vereenvoudigde voortstuwingsmodel een goed alternatief is voor het ingewikkeldere roermodel van het MARIN”, concludeert Veerman. “We kunnen er de scheepsstabiliteit mee analyseren, en dan met name als het gaat om rechtdoor varen en in een cirkel draaien. En ten slotte kunnen we ook nog een nieuw soort oplossingen vinden: periodieke oplossingen zoals het zijwaarts of voorwaarts heen en weer bewegen van het schip. Die periodieke oplossingen vinden we als gesloten banen in de faseruimte. Dat soort oplossingen kun je in de theoretische analyse niet of in ieder geval heel moeilijk vinden.”

Als hulp bij de analyse door de wiskundigen, gaf MARIN de experimenteel bepaalde parameters van een modelschip; het model van een honderdvijftig meter lang containerschip dat in de haven van Hamburg ligt. De wiskundigen splitsten zich op in twee groepen: de ene groep ging het probleem theoretisch te lijf, de andere numeriek. Beide groepen gebruikten dezelfde experimenteel bepaalde parameters en analyseerden de stabiliteit. Beide groepen concludeerden dat het schip al bij een kleine verstoring ging afwijken van zijn rechte lijn. De wiskundigen verbaasden zich over dit resultaat, maar bij navraag bleek het precies te kloppen met het instabiele gedrag van het schaalmodel dat het MARIN had onderzocht.

## Kwaliteitstoets

“De wiskundigen hebben mij op twee punten enorm verrast”, zegt MARIN-onderzoeker Ed van Dalen. “Allereerst door het feit dat er al software bleek te bestaan die evenwichtspunten berekent uit een stelsel vergelijkingen zoals het onze. Ik wist niet dat zulke software al bestond. En ten tweede doordat ze in hun vereenvoudigde analyse toch alle parameters kunnen meenemen die in de praktijk een rol spelen. Ik had van te voren gedacht dat ze ter vereenvoudiging waarschijnlijk veel parameters zouden moeten weglaten. Met het werk van de studiegroep zetten we een stap verder door ook op een wiskundige manier naar de kwaliteit van onze modellen te kijken.”

De AUTO-software is wiskundig gezien gebaseerd op ‘de impliciete functiestelling’. Die laat zien dat je onder bepaalde voorwaarden door langzaam de parameters

te veranderen nieuwe evenwichtspunten vindt. Wiskundig gezien gebeurt dat door continu lokaal een linearisering van de vergelijkingen toe te passen. Van Dalen: “Ik ben de impliciete functiestelling in mijn wiskundestudie wel tegengekomen, maar ik had er zelf nooit aan gedacht om hem op deze manier toe te passen.” Hij vergelijkt de toepassing van de impliciete functiestelling met het bepalen van de evenwichtoplossing van een slinger: “Het slingergedrag hangt af van de massa, de lengte, de demping en eventueel de aandrijving van de slinger. Als je die parameters kent, vind je de periodieke evenwichtoplossing in de vorm van de frequentie en de amplitude van de slinger. Op een soortgelijke manier analyseert de AUTO-software de evenwichtoplossingen van een schip.”

Van Dalen wil het werk van de studiegroep graag voortzetten. Maar het gebruik van de analysesoftware AUTO is niet triviaal. “Je moet wel al een inzicht hebben in de differentiaalvergelijkingen, in het kiezen van goede startpunten en je moet weten welke aspecten belangrijk zijn om op te letten.” Liefst zou hij een afstudeerstudent aannemen, die zich verdiept in de AUTO-software en dan een nette procedure opschrijft hoe de scheepsstabiliteit parameter voor parameter geanalyseerd kan worden. Van Dalen: “De student zou dan met de gegevens van schaalmodellen een flink aantal schepen kunnen doorrekenen. Dat werk dient niet ter vervanging van onze modelproeven, maar als aanvulling op zowel de modelproeven als onze eigen numerieke tijdsanalyses. Het is voor ons een verbeterinstrument.”