

# Klaar voor vertrek

*Hoe zet je treinstellen 's nachts handig op rangeersporen neer, zodat 's morgens alle treinen weer op tijd kunnen vertrekken?*

Dagelijks vervoeren de Nederlandse Spoorwegen (NS) gemiddeld 1,1 miljoen reizigers. Dat gebeurt in 4.500 treinritten over één van de drukst bereiden spoornetwerken van Europa. Daarnaast beheert de NS alle 377 stations in Nederland. Hoeveel treinen en treinstellen er op een bepaald moment van de dag nodig zijn, varieert sterk. Tijdens de spitsuren wordt vrijwel al het materieel gebruikt. In de daluren is dat veel minder, en 's nachts rijden nauwelijks treinen. De niet gebruikte treinstellen moeten 's nachts en tijdens de daluren geparkeerd worden op rangeerterreinen.

Het rangeren van treinstellen op diverse rangeersporen gebeurt niet willekeurig. De NS wil er namelijk voor zorgen dat het, zodra het de treinstellen weer nodig heeft, zo min mogelijk tijd kwijt is met het ophalen van de treinstellen. Je wilt niet eerst zes treinstellen van een rangeerspoor moeten weghalen omdat je een zevende nodig hebt, dat dan toevallig achteraan blijkt te staan. Hoe zet je treinstellen zo efficiënt mogelijk op een serie rangeersporen neer, gegeven de NS-dienstregeling en gegeven het aantal perrons en rangeersporen van een station. Dat is de vraag die de NS aan de Studiegroep Wiskunde met de Industrie voorlegde.

“Nu gebeurt de rangeerplanning nog volledig handmatig, aan de hand van een grafisch planbord”, vertelt Leo Kroon, als onderzoeker werkzaam bij NS Reizigers, en daarnaast hoogleraar kwantitatieve logistiek aan de Erasmus Universiteit in Rotterdam. “Ik schat dat er zo'n honderd mensen bij de NS-rangeerplanning betrokken zijn, verdeeld over verschillende locaties. In de toekomst willen we de planners ondersteunen met een wiskundig model. Maar omdat er altijd praktische details zijn die niet in de modellen meegenomen kunnen worden, zullen de planners de oplossingen van het model in de praktijk moeten bijslijpen.”

Het aantal benodigde rangeerbewegingen varieert per station. Op grote stations, zoals Utrecht, en belangrijke knooppunten, zoals Zwolle, kan het om vijftig tot zelfs een paar honderd rangeerbewegingen per dag gaan.

Samen met een NS-collega en met Lex Schrijver van het CWI heeft Kroon het rangeerprobleem zelf ook al wiskundig aangepakt. “Ons model is gebaseerd op geheeltallig Lineair Programmeren”, zegt Kroon. “Op een aantal rangeerlocaties wordt het ook al met succes toegepast. Maar het model kent twee nadelen. De rekentijd loopt snel uit de hand, en sommige details zijn lastig mee te nemen, terwijl we ze wel zouden willen



meenemen. Wij gaan er bijvoorbeeld vanuit dat het rangeren van een treinstel meteen gebeurt nadat een trein op een station is aangekomen en voorlopig niet meer gebruikt gaat worden. Maar soms is het handiger om een treinstel even te laten wachten, zodat je een ander treinstel dat later binnenkomt eerder weg kunt rangeren, bijvoorbeeld als het tweede treinstel pas later nodig is voor vertrek en dus beter achteraan op het rangeerspoor kan staan.”

De specifieke vraag aan de wiskundigen van de studiegroep was dan ook om een alternatieve methode te bedenken, die flexibeler is en die dit soort mogelijkheden wel meeneemt.

**Gretig algoritme** “Om een gevoel te krijgen voor de rangeerproblematiek, kregen we van de NS de rangeergegevens van Alkmaar, een middelgroot station”, vertelt Marjan van den Akker, wiskundige en universitair docent bij Informatica aan de Universiteit Utrecht. Zij zat in de studiegroep die het NS-probleem een week lang heeft bestudeerd. “Vervolgens hebben we het probleem generiek aangepakt: voor een willekeurige lay-out van rangeerspooren, en dus voor een willekeurig station.”

Rangeerspooren kunnen van twee kanten toegankelijk zijn, of slechts van één kant. In het laatste geval is het rangeerspoor aan één kant afgesloten door een stootblok. Als één rangeerbeweging telt het voor- of achteruit bewegen van een treinstel.

Het wiskundige probleem komt nu neer op het minimaliseren van het aantal rangeerbewegingen. Voor wiskundigen is dit een zogeheten NP-moeilijk probleem: een probleem waarvan gemakkelijk te testen is of een gegeven oplossing klopt, maar waarvoor nog nooit een snelle methode is gevonden om optimale oplossingen te vinden. NP-moeilijke problemen zijn een klasse van fundamentele wiskundige problemen. Wie er toch in slaagt een snelle methode te vinden om NP-moeilijke problemen op te lossen, kan van het Clay Mathematics Institute een prijs van een miljoen dollar tegemoet zien. Dit instituut stelde in 2000 een lijst van zes fundamentele wiskundige problemen op: millenniumproblemen, die een uitdaging zijn voor de 21e eeuw.

De studiegroep onderzocht twee heuristische oplossingsmethoden. Van den Akker: “De eerste is een greedy algorithm – een gretig algoritme. Dat is een bekend principe om NP-moeilijke problemen op te lossen. Het is een benaderende methode, die via enkele vuistregels op elk moment probeert te doen wat op dat moment het beste lijkt, zonder verder vooruit te kijken. De tweede oplossingsmethode is gebaseerd op dynamisch programmeren. Dit is in principe een exacte methode, die de beste oplossing vindt, maar daar wel veel rekentijd voor nodig heeft.”



grammeren vooruit in de tijd. De methode doorloopt stap voor stap de aankomst- en vertrekbewegingen op het station. Uitgaande van welk materieel er op een bepaald moment een station staat en op welke plek, onthoudt deze methode de efficiëntste serie rangeerbewegingen om deze situatie te bereiken. Telkens als er weer een trein aankomt of vertrekt, bekijkt de methode alle mogelijkheden om te rangeren. Op deze manier wordt voor elke mogelijk nieuwe opstelling van materieel op het station de efficiëntste serie rangeerbewegingen om deze opstelling te bereiken bepaald.

Van den Akker: “Omdat het aantal mogelijkheden snel uit de hand loopt, moeten we dat aantal inperken door extra eisen op te leggen. Bijvoorbeeld dat we maar maximaal drie of vier rangeerbewegingen toestaan. En soms beperkt de symmetrie van het probleem het aantal benodigde rekenoperaties. Voor een relatief klein voorbeeld hebben we de exacte methode getest.”

De twee ontwikkelde methodes benaderen hetzelfde probleem als het ware van twee verschillende kanten. Je kunt de benaderende methode exacter maken. Dat kost dan weer iets meer rekentijd. En je kunt de exacte methode meer heuristisch maken, waarmee je rekentijd wint. Welke van de twee methodes de NS zou willen gebruiken, is een afweging tussen de kosten van de rekentijd en de kwaliteit van de oplossing.

Een andere mogelijkheid is om beide methodes te combineren. Van den Akker: “Je kunt de greedy methode als een soort filter gebruiken voor de exacte methode. In principe rekent de exacte methode alle mogelijke opties door. Maar stel dat hij een optie doorrekent die bij een bepaalde tussenstap al een slechter resultaat scoort dan de oplossing die de greedy methode geeft, dan weet je dat de exacte methode die optie niet nog verder hoeft door te rekenen. Dan stop je met het berekenen van die optie en win je rekentijd.”

**Minder rangeerbewegingen** “De resultaten van de studiegroep zijn voor ons een eerste aanzet tot een alternatief rangeermodel”, reageert Leo Kroon op het werk van de wiskundigen. “We hebben de voorgestelde methoden nog niet uitgeprobeerd in de praktijk, maar ik zie wel de toegevoegde waarde. De studiegroep heeft voor een aantal voorbeelden laten zien dat er minder rangeerbewegingen nodig zijn dan ons op geheeltallig lineair programmeren gebaseerd model suggereert. Het zijn geconstrueerde voorbeelden, maar toch. Ze geven ons een andere kijk op het rangeerprobleem dan we zelf al hadden.”

Voor de NS is het rangeerprobleem een onderdeel van een veel groter informatiseringsproject. “Alle informatiesystemen die bij de NS-planning

betrokken zijn, moderniseren we momenteel”, vertelt Kroon. “We steken de klassiek gebruikte planborden in een modern, grafisch jasje op de computer. Op termijn willen we die planborden koppelen aan een model voor het rangeerprobleem. Het rangeerprobleem is een van de hardst te kraken noten in ons totale planningsprobleem. Het is veel moeilijker dan te bepalen welke treinstellen we op welke trajecten moeten inzetten en ook moeilijker dan te bepalen op welke trajecten we het personeel het beste kunnen inzetten.”