

2 Planning van drinkwater voor vliegtuigen

Marco Bijvank, Menno Dobber, Quentin Botton, Eléonore de le Court, Jean-Christophe Van den Schrieck, Moïra de Viron, Maarten Soomer, Myriam Cisneros-Molina, Klaus Schmitz, Remco van der Hofstad, Ellen Jochemsz, Tim Mussche, Martin Summer, Maroescha Hoekstra, Jeroen Mulder en Mark Paelinck

Tijdens een vlucht wordt er drinkwater gebruikt voor consumpties en voor het doorspoelen van de toiletten. Het management van de Nederlandse luchtvaartmaatschappij KLM wil dat er genoeg drinkwater aan boord is op hun vluchten. Daarentegen, willen ze ook niet te veel water meenemen omdat dit, vanwege het gewicht, hogere kerosinekosten met zich meebrengt.

Voor een vlucht wordt de watertank van het vliegtuig gevuld. De apparatuur waar dit mee gebeurt, heeft alleen de mogelijkheid de tank te vullen tot een veelvoud van achtsten van de tank. De hoeveelheid water wordt van te voren bepaald aan de hand van de bestemming en het aantal passagiers van de vlucht. Overtollig water wordt na de vlucht uit de watertank geloosd. Het doel van dit onderzoek is om een optimale hoeveelheid water te bepalen waarmee het vliegtuig moet vertrekken. Er moet aan het eind van de vlucht zo weinig mogelijk water over zijn en tegelijkertijd moet de kans op een watertekort tijdens de vlucht erg klein zijn. Om het laatste vast te stellen moet er een geschikte definitie voor het serviceniveau worden gevonden.

Om een optimale hoeveelheid drinkwater te bepalen, maken we gebruik van historische data. Deze gegevens hebben helaas een aantal nadelen. Voordat het vliegtuig opstijgt, leest de purser het waterniveau van een display in de cabine. In de meeste vliegtuigen heeft deze display maar acht markeringen, waardoor het moeilijk is de exacte hoeveelheid water af te lezen. Daarom wordt deze waarde door de purser afgerond naar de dichtstbijzijnde markering. Omdat de tank ook gevuld wordt in achtsten beschouwen we deze waarde als exact. Na de landing wordt het watervolume weer genoteerd. Ook deze waarde is weer afgerond (en kan niet als exact worden beschouwd). Verder bevatten de datarecords gegevens over het type van het vliegtuig, het aantal passagiers, het vertrekpunt en de bestemming, de vertrektijd en vliegduur van de vlucht. De vraag is nu wat voor invloed de afgeronde data hebben en hoe dit verwerkt moet worden in het model.

Data-analyse

Op dit moment gebruikt KLM de historische data van vluchten met hetzelfde beginpunt en dezelfde bestemming, om het waterverbruik op een bepaalde vlucht te schatten. Het is interessant om te onderzoeken of vluchten met een ander beginpunt of bestemming, toch een vergelijkbaar patroon in waterverbruik hebben. Als dit het geval is, kunnen de data van vluchten geclusterd worden en kan er dus een betrouwbaardere schatting worden gegeven.

Voor de meeste bestemmingen is er een duidelijke correlatie tussen de bestemming en het waterverbruik per passagier. Dit betekent dat deze vluchten niet hetzelfde patroon in waterverbruik hebben. Vluchten met dezelfde vliegduur kunnen ook niet

samengenomen worden. Alleen tussen een aantal vluchten naar dezelfde regio, zoals vluchten van Amsterdam naar Aruba en van Amsterdam naar Bonaire, kon geen onderscheid worden gemaakt. De data van deze vluchten kunnen dus gecombineerd worden om de waterhoeveelheid te bepalen.

Service Level

De huidige definitie van service level, die KLM hanteert, is het percentage vluchten (met hetzelfde beginpunt en dezelfde bestemming) dat genoeg drinkwater aan boord heeft. Een service level van 95% betekent dus dat er op ten hoogste 5% van die vluchten een watertekort is. Dit betekent echter niet dat de kans voor een passagier om geconfronteerd te worden met een watertekort ook maar 5% is. Als een watertekort een structureel probleem is op vluchten met veel passagiers, dan heeft een passagier in een druk vliegtuig een grotere kans om met een watertekort geconfronteerd te worden. Dit is de reden dat wij een ander service level hebben gedefinieerd. Deze wordt hieronder besproken.

De totale waterconsumptie tijdens een vlucht met n passagiers, zal aangeduid worden met S_n . Op basis van de historische data hebben we alleen gegevens over afgeronde waarden van S_n . Om het bovenvermelde probleem te omzeilen, definiëren we nu het service level als de kans dat er genoeg water aanwezig is, gegeven dat er n passagiers aan boord zijn. Dit service level moet dan groter of gelijk zijn aan een vooraf (door het management van KLM) gedefinieerde waarde α . Dit betekent dat aan de volgende voorwaarde voldaan moet worden:

$$\mathbb{P}\left(S_n \leq \frac{j}{8}T\right) \geq \alpha, \quad \forall n, \quad (2.1)$$

waarbij $j/8$, het percentage van de tank dat gevuld wordt ($j \in \{0, 1, \dots, 8\}$) is en T staat voor de capaciteit van de tank (in liters). Deze definitie van service level wordt ook wel Quality of Service (QoS) genoemd, omdat het geldt voor elk passagiersaantal. Het is gedefinieerd vanuit het perspectief van de consument, die heeft nu onafhankelijk van het aantal medepassagiers hetzelfde risico om met een watertekort te worden geconfronteerd. Deze definitie was een openbaring voor de KLM en bracht nieuw inzicht in het probleem.

Uiteraard is de volgende stap om een zo klein mogelijke hoeveelheid water te bepalen dat aan boord aanwezig moet zijn, zodanig dat aan het service level voldaan wordt (d.w.z. de kleinste waarde voor j in vergelijking (2.1)). Om dit te bepalen hebben we een kansverdeling voor de totale waterconsumptie S_n nodig. We hebben drie verschillende methoden ontwikkeld om deze kansverdeling te bepalen. De methoden gebruiken de historische data en moeten daarom rekening houden met de afrondingen. De methoden worden in de volgende drie paragrafen besproken.

Empirische Benadering

De kans dat $j/8$ ste van de watertank wordt gebruikt als er n passagiers aan boord zijn, wordt bij deze aanpak afgeleid uit de frequentie dat dit voorkomt in de data. Deze kansen kunnen worden gebruikt als een kansdichtheidsfunctie voor het watergebruik gedurende de vlucht. Om echter tot betrouwbare frequenties te komen, moeten er

genoeg vluchten in de data zijn met precies n passagiers. Helaas is dat niet het geval. Dit kan worden opgelost door ook waarnemingen mee te nemen waarbij het aantal passagiers in de buurt van n ligt.

We kunnen een kansverdeling schatten door een continue functie door deze negen punten te construeren en dan de oppervlakte onder de functie te normaliseren. Dit betekent dat we een interpolatiemethode nodig hebben. De meest gebruikte methode is een benadering door polynomen. In dit geval lijkt cubic spline interpolatie (Press et al. [1]) beter geschikt, omdat dit stabiel is dan het gebruik van polynomen. Het doel van cubic spline is een interpolatieformule te krijgen die continu is in de tweede afgeleide. Als dit gebeurt is, moet de verkregen functie genormaliseerd worden. Hierna kan het minimum waterniveau, waarvoor het service level op zijn minst α is, worden bepaald. Voor praktische toepassing zorgen we er voor dat dit waterniveau een monotoon stijgende functie is van het aantal passagiers. Omdat er weinig data beschikbaar zijn van vluchten met weinig passagiers, nemen we ook aan dat het gemiddelde waterverbruik per passagier per uur maximaal 1 liter is.

Normale Verdeling

De vorige aanpak gebruikte maar een gedeelte van de historische data om het waterverbruik te schatten (namelijk alleen de vluchten met ongeveer gelijke passagiersaantallen). In deze aanpak zal de totale waterconsumptie S_n voor een vlucht met n passagiers weergegeven worden door

$$S_n = \sum_{k=1}^n Y_k, \quad (2.2)$$

waarin Y_k staat voor de waterconsumptie van de k de passagier (in liters). De aanname die nu gemaakt wordt is dat het waterverbruik per passagier onafhankelijk en hetzelfde verdeeld is. Aangezien het aantal passagiers groot is, kan de centrale limietstelling (Ross [2]) toegepast worden. Als we deze stelling generaliseren door een constante toe te voegen aan het gemiddelde en de variantie van het waterverbruik, dan krijgen we

$$S_n \stackrel{d}{\sim} \mathcal{N}(\mu_0 + n\mu, \sigma_0^2 + n\sigma^2), \quad (2.3)$$

met μ en σ^2 het gemiddelde en de variantie van het waterverbruik per passagier en μ_0 en σ_0^2 het gemiddelde en variantie van de minimale hoeveelheid water die altijd gebruikt wordt. De waarden van deze vier parameters moeten geschat worden. Deze schatting wordt uitgevoerd met de maximum likelihood methode (Ross [2]).

Binomiale Verdeling

In de vorige aanpak werd geen aanname gemaakt over de exacte verdeling van het waterverbruik per passagier. Bij deze aanpak veronderstellen we dat een passagier een maximum hoeveelheid water (M) verbruikt met kans p of een minimum hoeveelheid water (m) met kans $1-p$. Dit betekent dat zowel het aantal passagiers dat de maximum hoeveelheid water verbruikt, als het aantal passagiers dat de minimale hoeveelheid verbruikt, binomiaal verdeeld is.

De waarden voor m , M en p moeten geschat worden om het gewenste waterniveau te bepalen. Dit kan op een intuïtieve manier gedaan worden, maar ook door meer geavanceerde methodes, zoals maximum likelihood.

Resultaten en Conclusies

In dit onderzoek hebben we een model ontwikkeld om de minimale hoeveelheid water te bepalen dat benodigd is tijdens een vlucht. Er moet echter wel aan een vooraf gesteld service niveau voldaan worden. Hierin is het service niveau gedefinieerd als de kans dat er genoeg water aanwezig is, gegeven het aantal passagiers aan boord. Het vaststellen van een kansverdeling voor het totale watergebruik tijdens een vlucht, hebben we op drie verschillende manieren aangepakt. De grootste beperking waarmee rekening gehouden moest worden, was dat de data over het waterverbruik gegeven was in veelvouden van achtsten van de watertank.

Het gebruik van de empirische benadering is lastig omdat er in de praktijk voor veel vluchten niet genoeg data beschikbaar is voor een gegeven passagiersaantal. Daarom wordt ook de data met ongeveer gelijke passagiersaantallen gebruikt. Dit heeft tot gevolg dat de verdeling voor het totale waterverbruik dikkere staarten krijgt, waardoor het verkregen waterniveau te hoog ligt. Deze methode geeft dus eigenlijk een bovengrens voor de benodigde waterhoeveelheid.

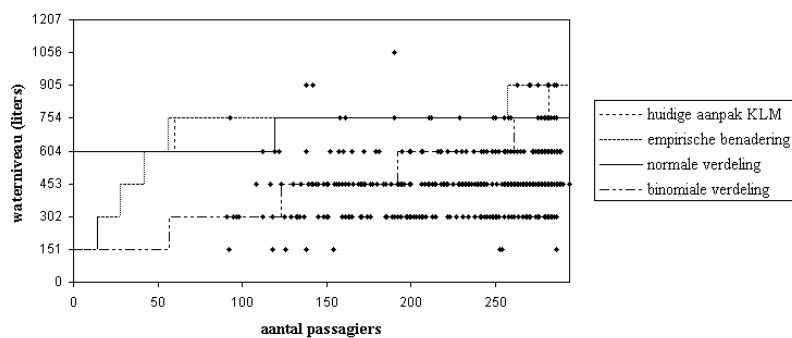
De methoden met de normale en binomiale verdeling gaan er vanuit dat het gemiddelde en de variantie van het totale waterverbruik lineair toenemen met het aantal passagiers. Het eerste klopt inderdaad met de data, het tweede helaas niet. Het verschil tussen deze twee methodes ligt in de geschatte parameters voor het gemiddelde en de variantie. Het binomiale model heeft als eigenschap dat het minimum en maximum waterverbruik begrensd is.

Voor de vlucht van Amsterdam (AMS) naar Bangkok (BKK) zullen we de drie methodes numeriek toelichten. De resultaten zijn samengevat in Tabel 2.1 en Figuur 2.1.

Onze voorkeur gaat uit naar de methode met de normale verdeling, waarbij de empirische benaderingsmethode als bovengrens gebruikt kan worden. De binomiale methode kan gebruikt worden om de invloed van het wijzigen van parameters te evalueren. De resultaten van de huidige methode van KLM, lijken op die van de methode met de normale verdeling. Deze laatste heeft echter een betere onderbouwing en gebruikt een betere definitie van het service level, daarom heeft deze methode ook de voorkeur van de KLM.

waterniveau (liters)	drempelwaarden voor het waterniveau (aantal passagiers)			
	huidige aanpak KLM	empirische benadering	normale verdeling	binomiale verdeling
151	-	0 - 13	-	0 - 56
302	-	14 - 27	-	57 - 122
453	-	28 - 41	-	123 - 191
604	0 - 59	42 - 55	0 - 118	192 - 260
754	60 - 281	56 - 256	119 - 294	261 - 294
905	282 - 294	257 - 294	-	-

Tabel 2.1: Aantal passagiers en aanbevolen waterhoeveelheid met een 95% Quality of Service, bepaald met de verschillende methodes, voor de vlucht AMS-BKK.



Figuur 2.1: Aanbevolen waterhoeveelheid met een 95% Quality of Service met de verschillende methoden en de afgeronde data voor de vlucht AMS-BKK.

Referenties

- [1] Press, W.H., Flannery, B.P., Teukolsky, S.A. and Vetterling, W.T., 1988, *Numerical Recipes in C*, Cambridge University Press, New York
- [2] Ross, S.M., 2003, *Introduction to Probability Models, Eighth Edition*, Academic Press, San Diego